OFPPT

ROYAUME DU MAROC

مكتب التكوين المهني وإنعاش الشغل

Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail

DIRECTION RECHERCHE ET INGENIERIE DE FORMATION

RESUME THEORIQUE
&
GUIDE DE TRAVAUX PRATIQUES

MODULE N°15 : RESISTANCE DES MATERIAUX

SECTEUR : FABRICATION MECANIQUE

SPECIALITE : TFM

NIVEAU : TECHNICIEN

PORTAIL DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE AU MAROC

Télécharger tous les modules de toutes les filières de l'OFPPT sur le site dédié à la formation professionnelle au Maroc : **www.marocetude.com**

Pour cela visiter notre site www.marocetude.com et choisissez la rubrique :

MODULES ISTA

Document élaboré par :

Nom et prénom	***EFP***	***DR***
MIFDAL Abderrahim	*ISTA GM*	*DRGC*

<u>Révision linguistique</u>

-
-
-

<u>Validation</u>

-
-
-

SOMMAIRE

Durée : 55 H

60% : théorique

37% : pratique

OBJECTIF OPERATIONNEL DE PREMIER NIVEAU
DE COMPORTEMENT

COMPORTEMENT ATTENDU

Pour démontrer sa compétence, le stagiaire doit appliquer des notions de résistance des matériaux , selon les conditions, les critères et les précisions qui suivent

CONDITIONS D'EVALUATION

- Travail individuel
- À partir :
  - de plan, de croquis et des données;
  - d'un cahier des charges ;
  - des documents et données techniques ;
  - de maquettes et pièces existantes ;
  - de consignes et directives
  - des études de cas
  - d'un système mécanique

- À l'aide :
  - d'une calculatrice (éventuellement un logiciel de calcul)
  - de formulaires, abaques et diagrammes

CRITERES GENERAUX DE PERFORMANCE

- Démarche méthodique de travail
- Précision et exactitude des calculs
- Respect des hypothèses et principes de la RDM
- Respect du cahier des charges et les contraintes de fonctionnement
- Analyse de la valeur
- Argumentation et justification des différents choix
- Traçabilité du travail et notes de calculs

OBJECTIF OPERATIONNEL DE PREMIER NIVEAU
DE COMPORTEMENT

PRECISIONS SUR LE COMPORTEMENT ATTENDU	***CRITERES PARTICULIERS DE PERFORMANCE***
A. Définir et calculer les contraintes simples dans une poutre isostatique soumise à des efforts coplanaires et dans l'espace	- Interprétation correct des hypothèses de RDM - Maîtrise du vocabulaire utilisé en RDM - Choix de la méthode de travail
B. Dimensionner en statique des composants mécaniques en tenant compte de la pression du contact	- Analyse de problème - Dimensionnement correcte et argumenté - Utilisation justifiée des formules
C. Calculer et vérifier des éléments d'assemblage rivés, vissés ou soudés	- Souci de sécurité dans le dimensionnement - Choix de la méthode et des formules de calculs - Exactitude et précision des calculs
D. Dimensionner et vérifier un composant métallique en tenant compte des déformations	- Dimensionnement correcte et argumenté en tenant compte des déformations - Exactitude des calculs
E. Dimensionner et vérifier les enveloppes et solides d'égale résistance	- Analyse de problème - Exactitude des calculs - Méthode de travail

OBJECTIFS OPERATIONNELS DE SECOND NIVEAU

Le stagiaire doit maîtriser les savoirs, savoir-faire, savoir percevoir ou savoir être jugés préalables aux apprentissages directement requis pour l'atteinte de l'objectif opérationnel de premier niveau, tels que :

Avant d'apprendre à définir et calculer les contraintes simples dans une poutre isostatique soumise à des efforts coplanaires et dans l'espace (A) :

1. Interpréter les notions et expressions courantes relatives à la résistance des matériaux
2. Respecter les hypothèses fondamentales de la résistance des matériaux
3. Classer les sollicitations en relation avec les essais mécaniques
4. Retrouver les caractéristiques mécaniques d'un matériau

Avant d'apprendre à dimensionner en statique des composants mécaniques en tenant compte de la pression du contact (B) :

5. Distinguer les types de charge et les efforts

Avant d'apprendre à calculer et vérifier des éléments d'assemblage rivtés, vissés ou soudés (C) :

6. Se soucier de la sécurité dans le dimensionnement des composants et introduire les coefficients de sécurité dans les calculs en mécanique
7. Déterminer les contraintes : normales et tangentielles
8. Définir la relation entre le torseur des efforts et les contraintes
9. Tenir compte dans les calculs des coefficients de concentration de contraintes

Avant d'apprendre à dimensionner et vérifier un composant métallique en tenant compte des déformations (D) :

10. Définir la notion d'élasticité
11. Etudier la relation entre le torseur des efforts et des déplacements

Avant d'apprendre à dimensionner et vérifier les enveloppes et solides d'égale résistance (E) :

12. Maîtriser les calculs de la RDM pour différentes sollicitations simples

PRESENTATION DU MODULE

Ce module de compétence générale se dispense en cours de la première année du programme formation. Ce module est en parallèle à tous les modules de compétences à caractère étude et conception. Un chevauchement avec le module sur les mathématiques et la mécanique appliquée peut être éventuellement envisagé.

DESCRIPTION

L'objectif de ce module est de faire acquérir les outils et les principes de la résistance des matériaux relatifs au dimensionnement des composants et des ensembles mécaniques et notamment des montages d'usinage. Il vise surtout à rendre le stagiaire responsable de ces calculs de dimensionnement et de ses propositions pour garantir le maximum de sécurité à moindre coût. Le stagiaire à aussi la responsabilité dans le choix des éléments mécaniques du commerce notamment les montages modulaires qui remplissent les performances attendues dans le montage étudié.

I. 1. INTRODUCTION ET HYPOTHESES

I.1.1. Buts de la résistance des matériaux

La résistance des matériaux a trois objectifs principaux :

- la connaissance des caractéristiques mécaniques des matériaux.
  (comportement sous l'effet d'une action mécanique)

- l'étude de la résistance des pièces mécaniques.
  (résistance ou rupture)

- l'étude de la déformation des pièces mécaniques.

Ces études permettent de choisir le matériau et les dimensions d'une pièce mécanique en fonction des conditions de déformation et de résistance requises.

I.1.2. Hypothèses

a.. Le matériau

- **Continuité** : la matière est supposée continue car son aspect moléculaire est trop "fin" pour l'étude qui nous intéresse.

- **Homogénéité** : on supposera que tous les éléments de la matière, aussi petits soient ils, sont identiques.
  (hypothèse non applicable pour le béton ou le bois)

- **Isotropie** : on supposera qu'en tout point et dans toutes les directions, la matière a les mêmes propriétés mécaniques.
  (hypothèse non applicable pour le bois ou les matériaux composites)

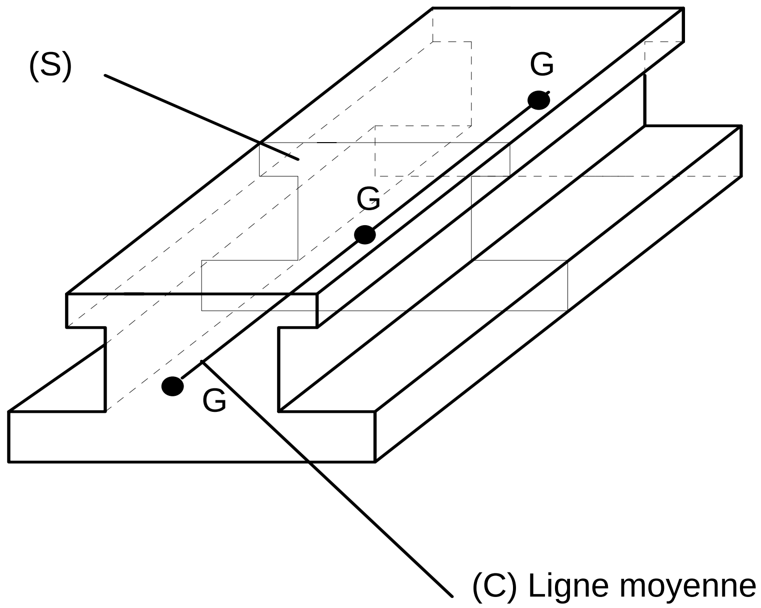
b. Notion de Poutre

La **RDM** étudie des pièces dont les formes sont relativement simples. Ces pièces sont désignées sous le terme de « poutres ».

Poutre : on appelle *poutre* (voir fig.) un solide engendré par une surface plane (S) dont le centre de surface G décrit une courbe plane (C) appelée *ligne moyenne*.

Les caractéristiques de la poutre sont :

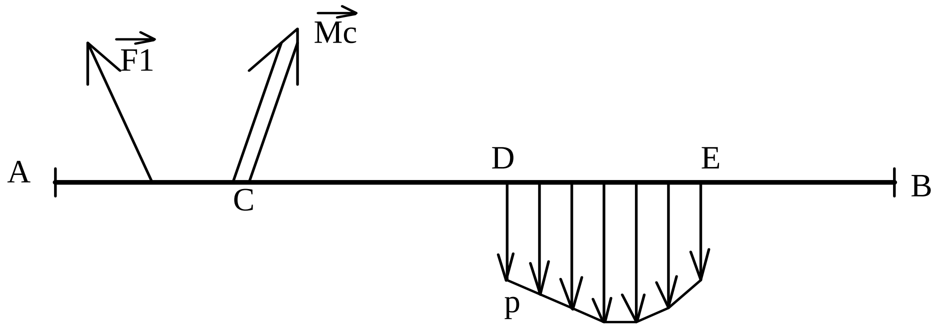
- ligne moyenne droite ou à grand rayon de courbure.
- section droite (S) constante ou variant progressivement.
- grande longueur par rapport aux dimensions transversales. (en général 10 fois)
- existence d'un plan de symétrie.



c.. <u>Les forces extérieures</u>

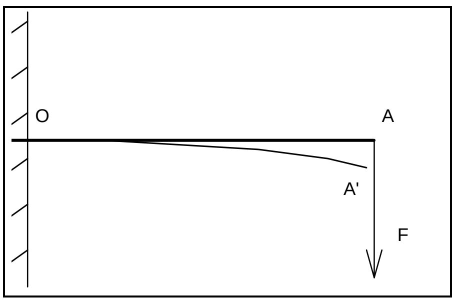
- **Plan de symétrie** : les forces extérieures seront situées dans le plan de symétrie de la poutre ou alors disposées symétriquement par rapport à ce plan.

- **Types d'actions mécaniques extérieures** : deux types d'actions mécaniques peuvent s'exercer sur la poutre (voir fig.) :
  - charges concentrées ($\vec{F}_1$ ou moment $\vec{M}_C$)
  - charges réparties p sur DE. (exprimées en N/m).



d.. <u>Les déformations</u>

Les déformations étant petites devant les dimensions de la poutre, les actions s'exerçant sur celle-ci seront calculées à partir du principe fondamental de la statique. Les supports des forces seront eux considérés comme constants.



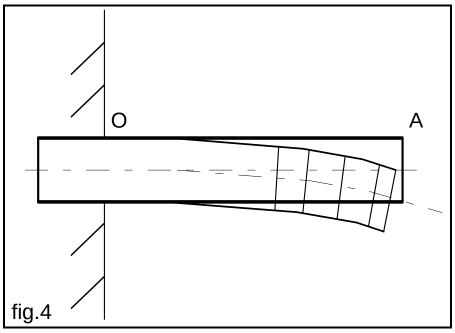


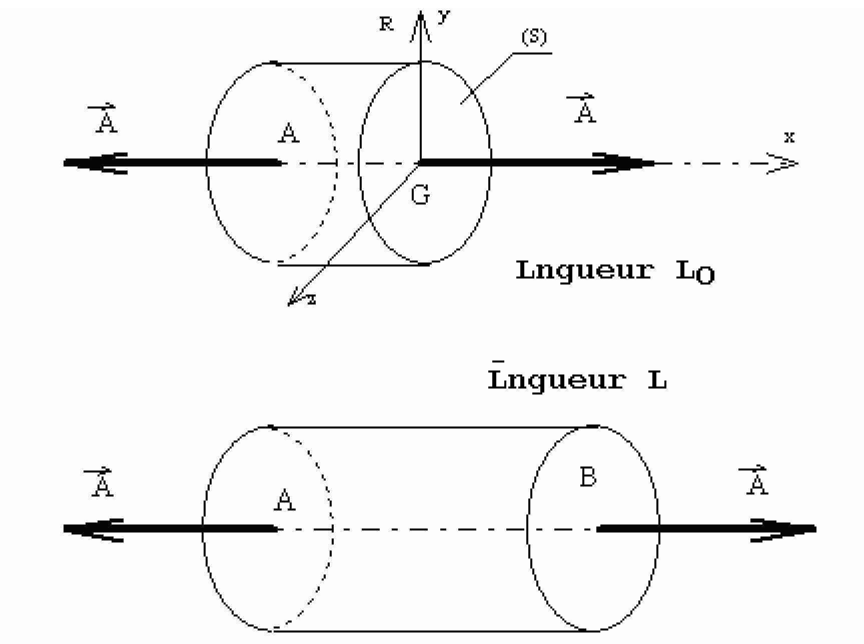
fig.4

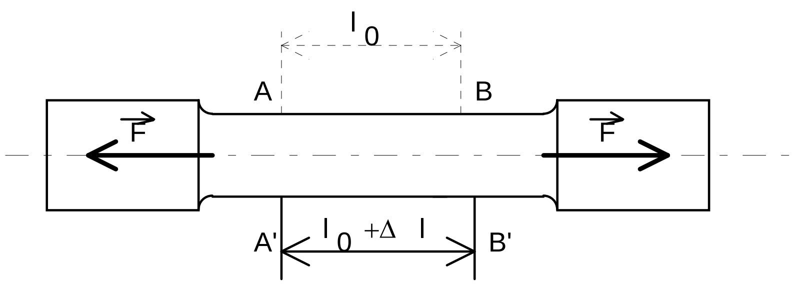
- Les sections planes normales aux fibres avant déformation demeurent planes et normales aux fibres après déformation.
- Les résultats obtenus par la RDM ne s'appliquent valablement qu'à une distance suffisamment éloignée de la région d'application des efforts concentrés.

I.2. LES SOLLICITATIONS SIMPLES

I.2.1. La traction simple

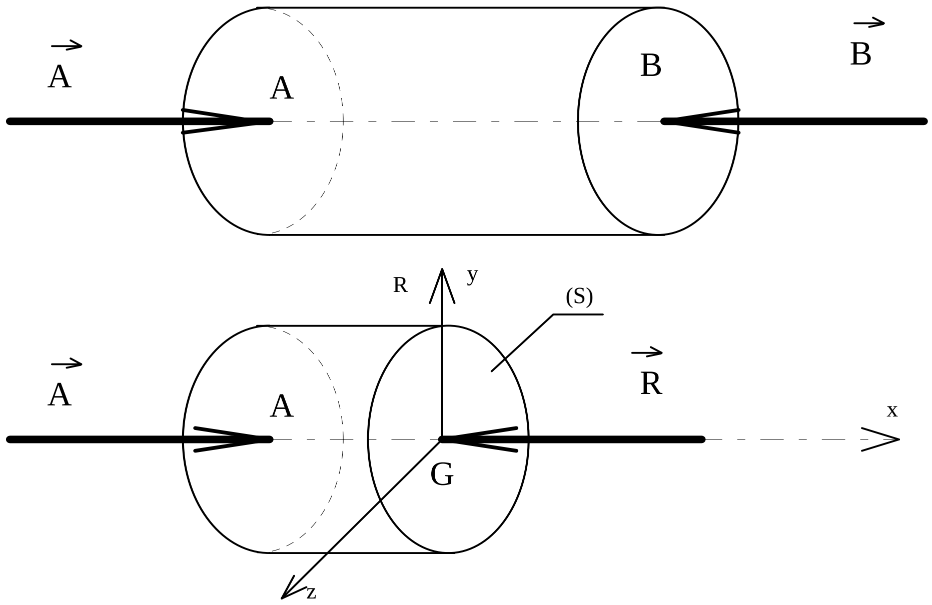
Une poutre est sollicitée à la traction simple lorsqu'elle est soumise à deux forces directement opposées, appliquées au centre de surface des sections extrêmes et qui tendent à l'allonger.





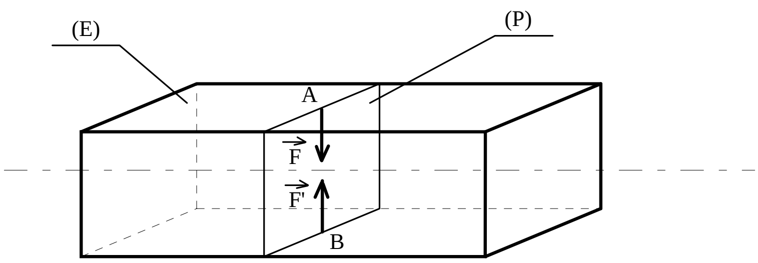
I.2.2. La compression simple

Une poutre est sollicitée à la compression simple lorsqu'elle est soumise à deux forces directement opposées, appliquées au centre de surface des sections extrêmes et qui tendent à la raccourcir.

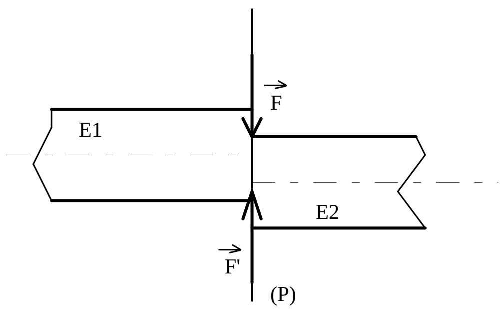


I.2.3. <u>Le Cisaillement :</u>

Une poutre subit une sollicitation de cisaillement simple lorsqu'elle est soumise à deux systèmes d'action de liaison qui se réduisent dans un plan (P) perpendiculaire à la ligne moyenne à deux forces directement opposées

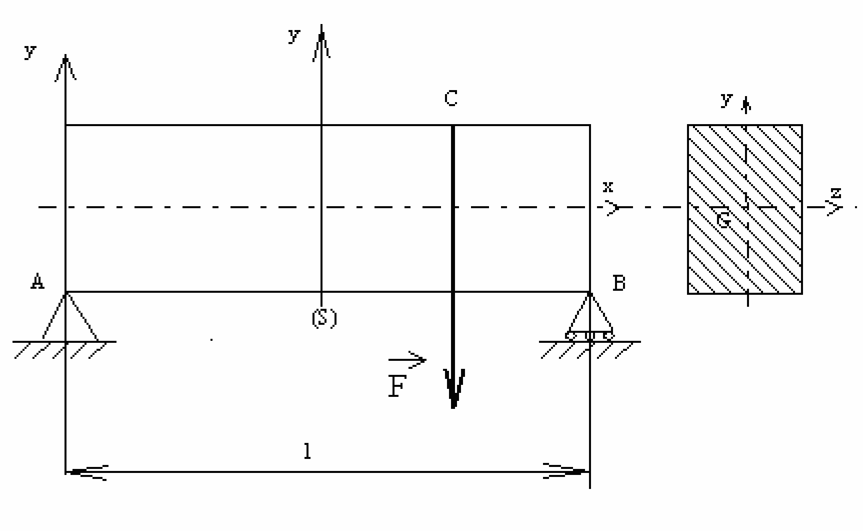


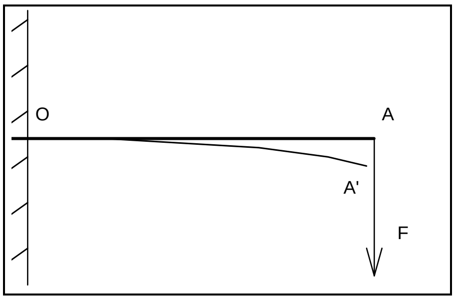
Sous l'action de ces deux forces la poutre tend à se séparer en deux tronçons E1 et E2 glissant l'un par rapport à l'autre dans le plan de section droite (P).



I.2.4. <u>La flexion simple :</u>

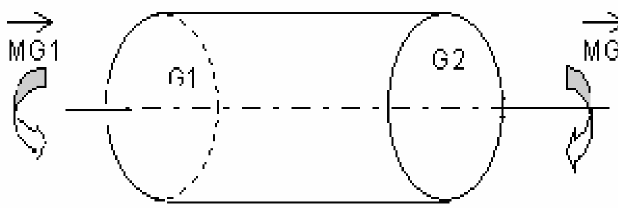
Une poutre est sollicitée en flexion plane simple lorsque le système des forces extérieures se réduit à un système coplanaire et que toutes les forces sont perpendiculaires à la ligne moyenne.





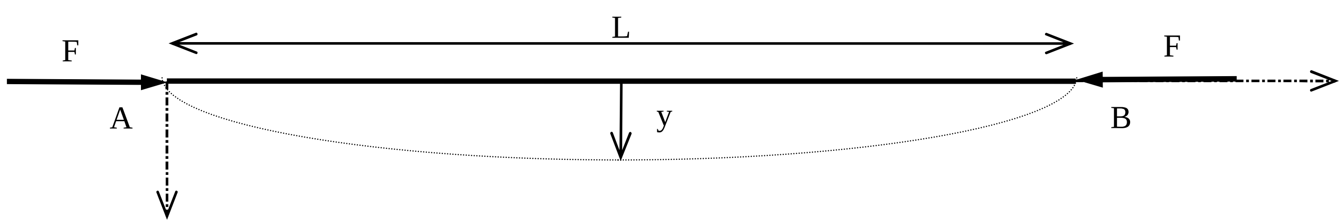
I.2.5. La torsion simple :

Une poutre est sollicitée en torsion simple lorsqu'elle est soumise à ses deux extrémités à des liaisons dont les efforts associés se réduisent à deux couples opposés dont les moments sont parallèles à l'axe du cylindre. (On suppose la poutre comme cylindrique et de section circulaire constante)

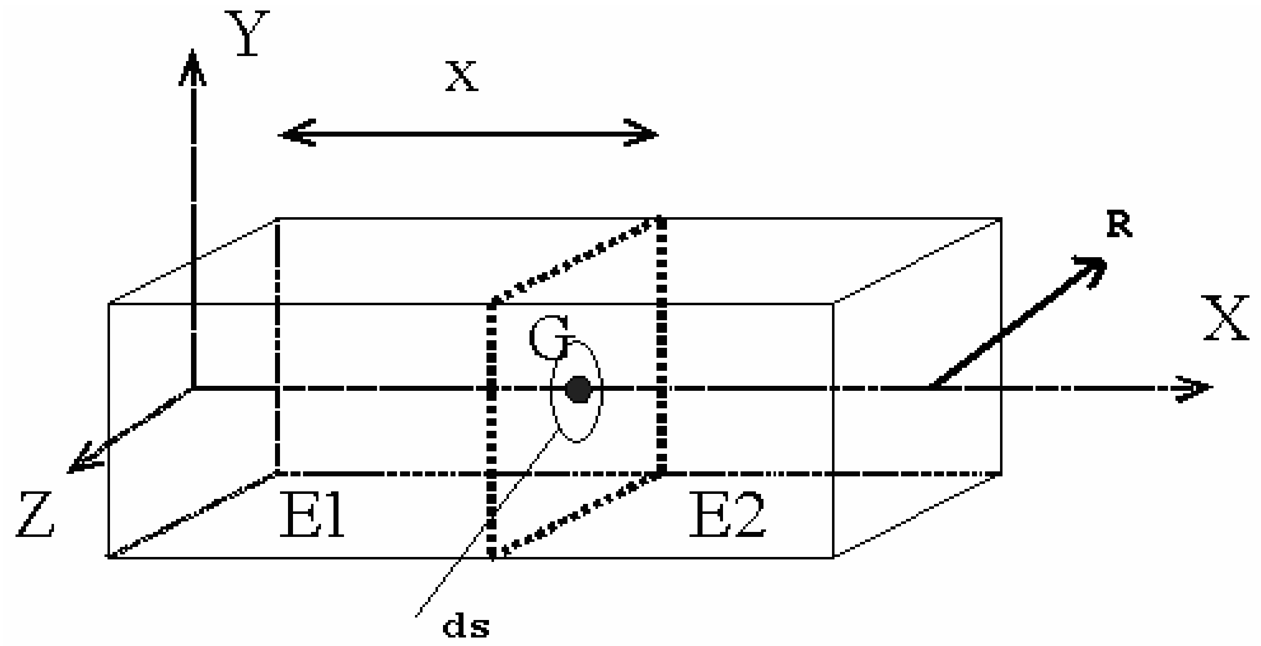


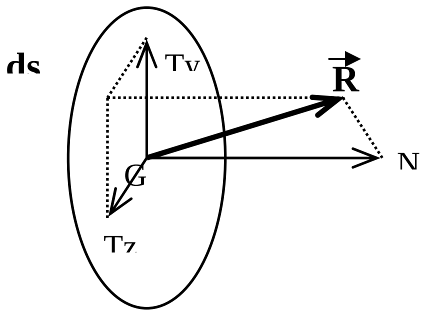
I.2.6. Le Flambage

Une poutre est sollicitée en flambage lorsqu’elle est soumise à des efforts de compression dans les deux extrémités.



I.3. Notion de contraintes





La contrainte normale est donnée par la formule :

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{S}}$$

ⓘ ***Ce qu'il faut savoir :***

☞ La contrainte est un vecteur. On utilise la plupart du temps ses projections appelées contraintes normale et tangentielle. L'unité de la contrainte est le rapport d'une force par une unité de surface (N/mm^2, MPa).

☞ On peut dire en simplifiant, qu'une contrainte est une force intérieure appliquée à l'unité de surface au point donné de la section donnée. On pourra parler de densité de force par unité de surface.

☞ La contrainte est définie pour un solide idéal (Hypothèses de la RdM). En réalité, les matériaux ne sont pas parfaitement homogènes. Les joints de grains présents dans tous les alliages industriels créent des hétérogénéités de structure et de composition. Néanmoins, les calculs réalisés avec un milieu supposé continu donnent des résultats proches de la réalité.

Pour en savoir plus.

A quoi sert le calcul des contraintes ?

Expérimentalement, on a défini pour chaque matériau une contrainte limite admissible au-delà de laquelle la pièce subit des détériorations de ses caractéristiques mécaniques, dimensionnelles, voire une rupture. Le calcul de résistance des matériaux consiste à vérifier que les contraintes engendrées par les sollicitations extérieures ne dépassent pas la contrainte limite admissible par le matériau. Le calcul des contraintes sert à évaluer la *tension* dans la matière.

Peut-on observer une contrainte ?

Une contrainte est un outil de calcul, on ne peut pas l'observer directement, par contre on peut observer ses effets : études des déformations, études de la cassure, photoélasticité. A l'aide des trois méthodes précédentes, on peut évaluer les contraintes dans un matériau mais cela reste moins précis qu'un calcul de RdM à l'aide d'un logiciel de calcul par éléments finis.

Quels sont les paramètres qui influencent les contraintes ?

Nous avons vu précédemment que la contrainte est le rapport d'une force par une surface. Les paramètres qui influencent directement une contrainte sont : <u>**les sollicitations, la section de la poutre**</u>.

II.1. Essai de traction

II.1.1. Définition

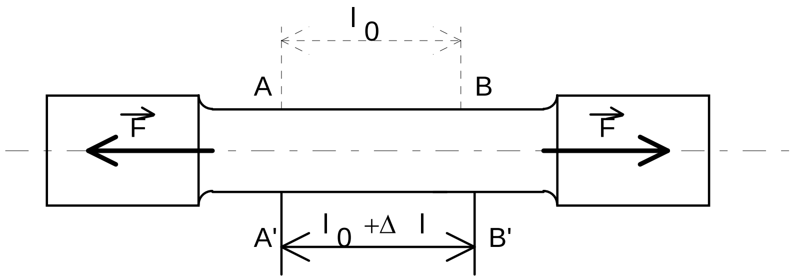
Une éprouvette normalisée en acier est sollicitée à la traction par une machine d'essai, qui permet de déterminer l'**allongement** de l'éprouvette en fonction de l'**effort** qui lui est appliqué.

II.1.2. But

Cet essai permet de déterminer certaines caractéristiques mécaniques essentielles des matériaux.

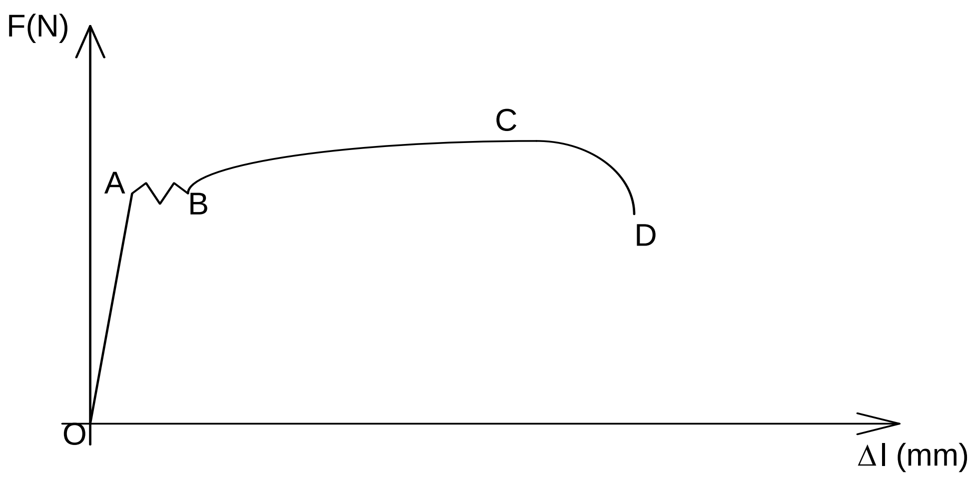
II.1.3. Eprouvette

L’éprouvette est en général un barreau cylindrique rectifié terminé par deux t^tes cylindriques. La partie médiane a pour section $\mathbf{S_o = 150mm^2}$**et** longueur $l_o = 100$



II.1.4. Mode opératoire

Les extrémités de l’éprouvette sont pincées dans les mâchoires d’une de traction comportant un mécanisme enregistreur (tambour et stylet). La machine fournit un effort de traction **F** variable dont l’action s’exerce jusqu’à la rupture de l’éprouvette. (La vitesse de traction est environ 10N/mm².sec. On obtient donc un diagramme représentant la relation de l’effort **F** et les allongements **Dl** (voir fig.)



II.1.5 Analyse de la courbe obtenue

◊ **Zone OA :** c'est la zone des déformations élastiques. Si l'on réduit la valeur de F jusqu'à une valeur nulle, l'éprouvette retrouve sa longueur initiale.
Dans cette zone, l'allongement est proportionnel à l'effort d'extension.
Des essais effectués avec des éprouvettes de dimensions différentes permettent de constater que pour un même matériau, *l'allongement unitaire(Δl / l_0) est proportionnel à l'effort unitaire (F / S_0).*
Les sections droites et planes de l'éprouvette restent droites et planes pendant l'essai.

◊ **Zone ABCD :** c'est la zone des déformations permanentes. Si l'on réduit la valeur de F jusqu'à une valeur nulle, l'éprouvette ne retrouve pas sa longueur initiale.

On ne s'intéressera (pour l'instant) qu'à la zone des déformations élastiques**.**

II.2. Déformations élastiques

La *propriété constatée ci-dessus* a permis pour différents matériaux d'établir la relation :

$$\frac{N}{S} = E\frac{\Delta l}{l}$$

Unités : F en Newton
S en mm^2
E en MPa (N/mm^2)
Δl et l en mm.

E est une caractéristique du matériau appelée **module *d'élasticité longitudinal ou module de Young.***

Matériau	Fontes	Aciers	Cuivre	Aluminium	Tungstène
E (MPa)	60000à160000	200000	120000	70000	400000

Lors de cet essai, on met aussi en évidence une autre caractéristique de l'élasticité ; il existe un rapport constant entre la contraction relative transversale (Δd / d) et l'allongement relatif longitudinal (Δl / l).
On peut écrire :

$$\boxed{\frac{\Delta d}{d} = \nu\frac{\Delta l}{l}}$$

Unités : ν sans unité
d et l en mm.

ν est aussi une caractéristique du matériau (**coefficient de Poisson**), il est de l'ordre de 0,3 pour les métaux.

II.3 Contraintes Normales

Soit (E1) le tronçon de la poutre (E) issu de sa coupure par un plan orthogonal à sa ligne moyenne .

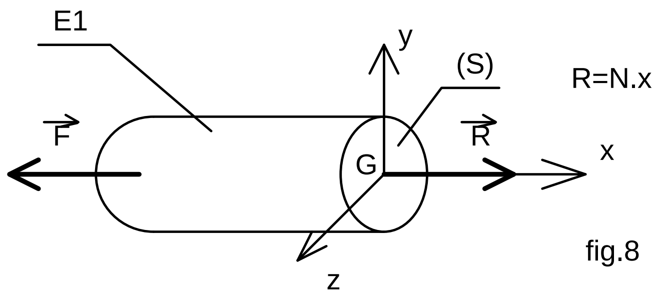


fig.8

Le tronçon (E1) est en équilibre sous l'action de F et des efforts de cohésion dans la section droite (S).
Soit S l'aire de la section droite (S). On définit la contrainte σ dans la section droite (S) par la relation :

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{S}}$$

avec **σ** : contrainte normale d'extension ($\sigma > 0$) en MPa.
N : effort normal d'extension en Newton.
S : aire de la section droite (S) en mm^2.

La contrainte permet de "neutraliser" la surface et par conséquent de comparer des éprouvettes de sections différentes.

II.4 Loi de HOOKE

Nous avons déjà vu que $\sigma = \frac{N}{S}$ et que $\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l}$, on peut en déduire que :

$$\boxed{\sigma = E\frac{\Delta l}{l} = E.\varepsilon}$$

loi de Hooke

$\frac{\Delta l}{l}$ est l'allongement élastique unitaire suivant x, il généralement noté ε

Unités : **σ en Mpa**
E en Mpa
ε sans unité

II.4.1 Caractéristiques mécaniques d'un matériau

◊ **Contrainte limite élastique en extension σ_e**
C'est la valeur limite de la contrainte dans le domaine élastique, appelée aussi limite d'élasticité R_e.
Pour l'acier, cette valeur est voisine de 300 MPa.

◊ **Contrainte limite de rupture en extension σ_r**

C'est la valeur limite de la contrainte avant rupture de l'éprouvette, appelée aussi nommée résistance à la traction R.
Pour l'acier, cette valeur est voisine de 480 MPa.

◊ **Allongement A%**

$$A\% = \frac{l - l_0}{l_0} * 100$$

avec :

l_0 : longueur initiale de l'éprouvette.
l : longueur de l'éprouvette à sa rupture.
Pour l'acier, on constate des valeurs de A% voisines de 20%.

II.5 Condition de résistance

Pour des raisons de sécurité, la contrainte normale σ doit rester inférieure à une valeur limite appelée contrainte pratique à l'extension σ_{pe}.

On a :

$$\sigma_{pe} = \frac{\sigma_e}{s}$$

s est un coefficient de sécurité qui varie de 1,1 à 10 selon les domaines d'application.

La condition de résistance traduit simplement le fait que la contrainte réelle ne doit pas dépasser le seuil précédent, soit :

$$\boxed{\sigma_{réelle} = \frac{N}{S} < \sigma_{pe}}$$

II.6 Influence des variations de section

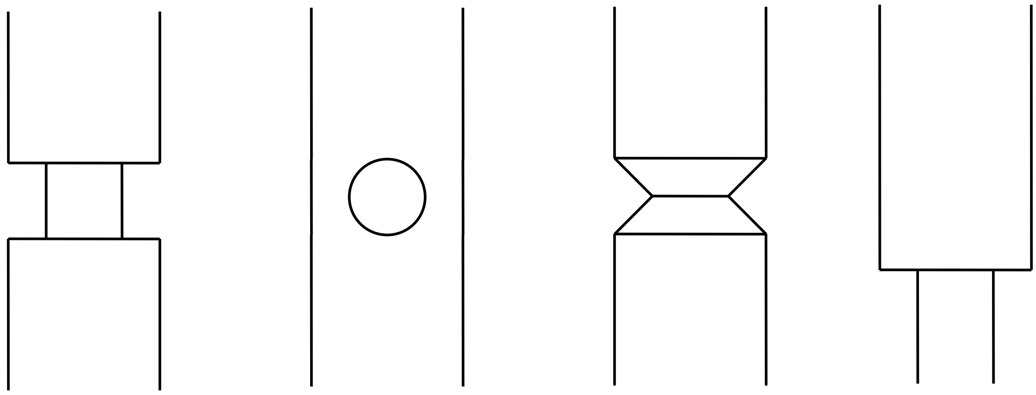
Si le solide étudié présente de fortes variations de sections, les relations précédentes ne s'appliquent plus. On dit qu'il y a concentration de contraintes.

On doit alors pondérer nos résultats à l'aide d'un coefficient k, en posant :

$$\sigma_{max} = k.\sigma$$

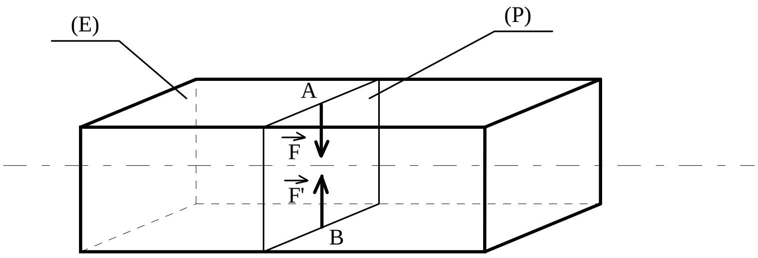
k est le coefficient de concentration de contraintes

Exemples de cas de concentration de contrainte :

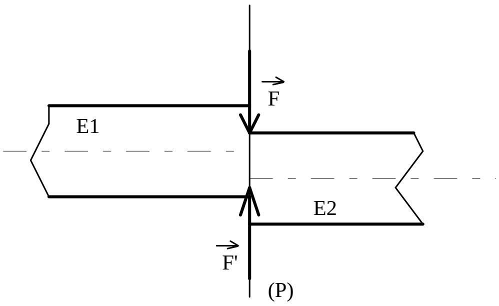


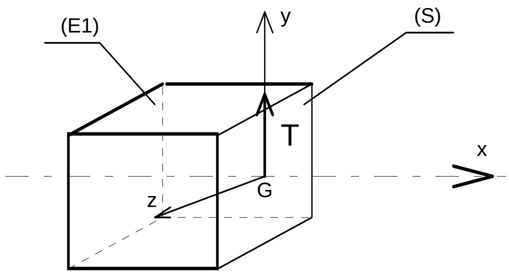
III.1. RAPPELS

Une poutre subit une sollicitation de cisaillement simple lorsqu'elle est soumise à deux systèmes d'action de liaison qui se réduisent dans un plan (P) perpendiculaire à la ligne moyenne à deux forces directement opposées.



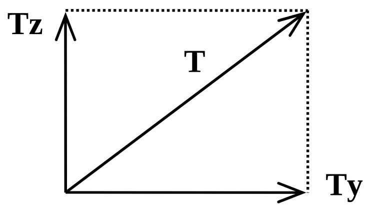
Sous l'action de ces deux forces la poutre tend à se séparer en deux tronçons E1 et E2 glissant l'un par rapport à l'autre dans le plan de section droite (P).





Remarques :

- on peut toujours remplacer les composantes d'effort tranchant (Ty et Tz) par une unique composante T en réalisant un changement de repère.



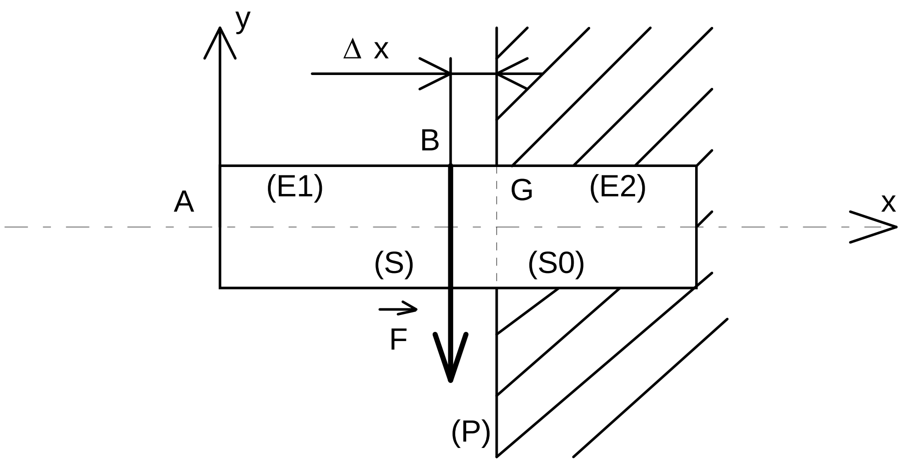
- le cisaillement pur n'existe pas, il subsiste toujours de la flexion...

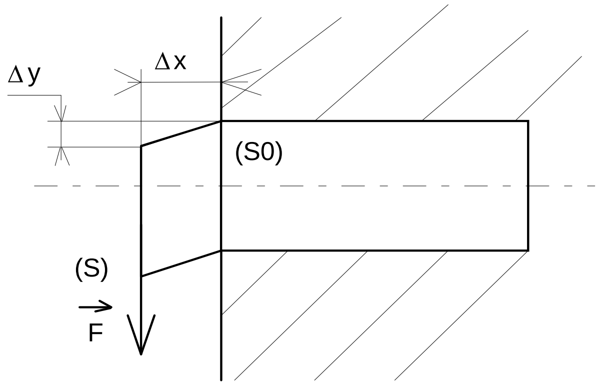
III.2 ESSAI DE CISAILLEMENT

III.2.1. Principe :

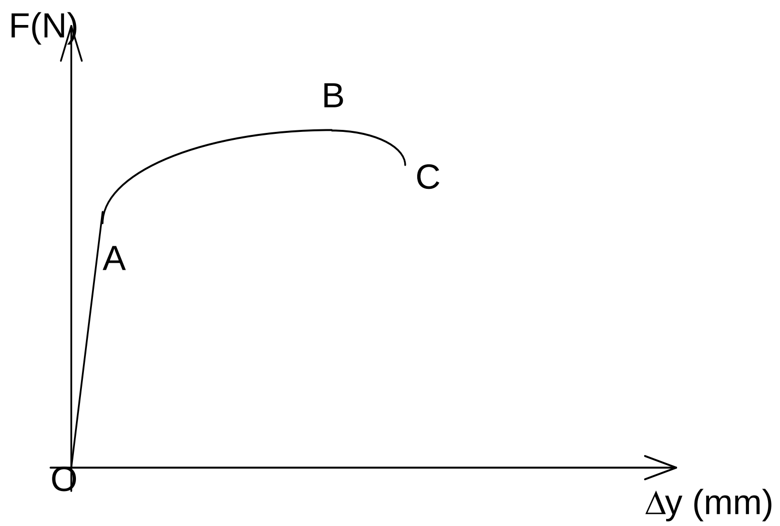
Il est physiquement impossible de réaliser du cisaillement pur au sens de la définition précédente. Les essais et résultats qui suivent permettent toutefois de rendre compte des actions tangentielles dans une section droite et serviront ainsi dans le calcul de pièces soumises au cisaillement. On se gardera cependant le droit d'adopter des coefficients de sécurités majorés pour tenir compte de l'imperfection de la modélisation.

Considérons une poutre (E) parfaitement encastrée et appliquons-lui un effort de cisaillement $\vec{F}$ uniformément réparti dans le plan (P) de la section droite (S) distante de Δx du plan (S_0) d'encastrement (voir fig.).
On se rapproche des conditions du cisaillement réel.





III..2.2. Analyse de la courbe obtenue



◊ **Zone OA :** c'est la zone des déformations élastiques. Si l'on réduit la valeur de F jusqu'à une valeur nulle, l'éprouvette retrouve sa forme initiale.

◊ **Zone ABC :** c'est la zone des déformations permanentes. Si l'on réduit la valeur de F jusqu'à une valeur nulle, l'éprouvette ne retrouve pas sa forme initiale. (déformations plastiques)

III.3 Déformations élastiques

L'essai précédent a permis pour différents matériaux d'établir la relation :

$$\boxed{\frac{F}{S} = G\,\frac{\Delta y}{\Delta x}}$$

Unités : F en Newton
S en mm^2
G en MPa
Δy et Δx en mm.

G est une caractéristique appelée **module d'élasticité transversal** ou **module de Coulomb.**

Matériau	Fontes	Aciers	Laiton	Duralumin	Plexiglas
G (MPa)	40000	80000	34000	32000	11000

III.4 Contraintes Tangentielles

On définit la contrainte τ dans une section droite (S) par la relation :

$$\boxed{\tau = \frac{T}{S}}$$

Avec : **τ** : contrainte tangentielle de cisaillement en MPa (valeur moyenne).
T : effort tranchant en Newton.
S : aire de la section droite (S) en mm^2.

III.5 Loi de HOOKE

Nous avons déjà vu que $\tau = \frac{T}{S}$, que $\frac{F}{S} = G\frac{\Delta y}{\Delta x}$ et nous savons que **F=T**.

On en déduit que :

$$\boxed{\tau = G\frac{\Delta y}{\Delta x} = G.\gamma}.$$

$\gamma = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ est appelé ***glissement relatif.***

III.5.1 Caractéristiques mécaniques d'un matériau

- **Contrainte tangentielle limite élastique τ_e** ou **Rpg**
  C'est la valeur limite de la contrainte dans le domaine élastique.
  Pour l'acier, cette valeur est comprise entre 250 MPa et 600 MPa.

- **Contrainte tangentielle de rupture τ_r**
  C'est la valeur limite de la contrainte avant rupture de l'éprouvette.

III.6 Condition de résistance

Pour des raisons de sécurité, la contrainte normale τ doit rester inférieure à une valeur limite appelée contrainte pratique de cisaillement τ_p.

On a :

$$\tau_p = \frac{\tau_e}{s}$$

s est un coefficient de sécurité qui varie de 1,1 à 10 selon les domaines d'application.

La condition de résistance traduit simplement le fait que la contrainte réelle ne doit pas dépasser le seuil précédent, soit :

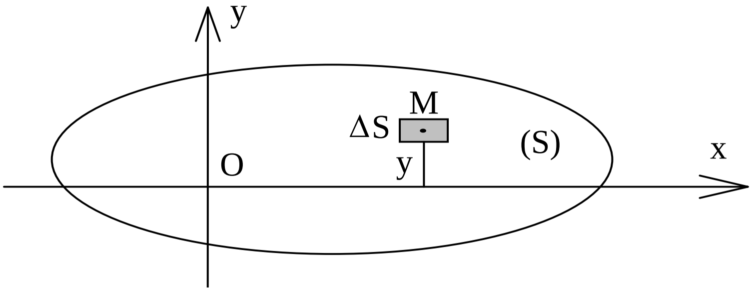
$$\boxed{\tau_{réelle} = \frac{T}{S} < \tau_p}$$

IV.1 MOMENTS QUADRATIQUES

IV.1.1 Moment quadratique d'une surface plane par rapport à un axe de son plan

Définition

Soit (S) une surface plane et unrepère orthonormé (O,x,y) associé.



Le moment quadratique élémentaire de ΔS par rapport à (O,x) , noté ΔI_{Ox} est défini par

$$\Delta I_{Ox} = y^2 . \Delta S$$

et pour l'ensemble de la surface (S) :

$$I_{ox} = \sum_{(S)} y^2 . \Delta S$$

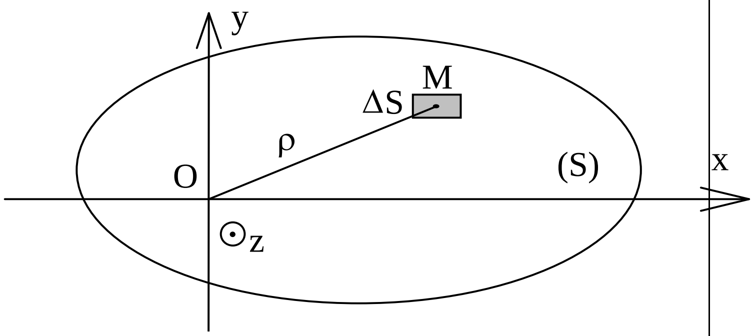
Remarques :

- ∗ L'unité de moment quadratique est le mm^4 (ou le m^4)
- ∗ Un moment quadratique est toujours positif.
- ∗ Les moments quadratiques des surfaces "simples" sont donnés à la suite du cours.

I.2 Moment quadratique d'une surface plane par rapport à un axe normal. Moment quadratique polaire.

Définition

Soit (S) une surface plane et un repère orthonormé $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ associé.



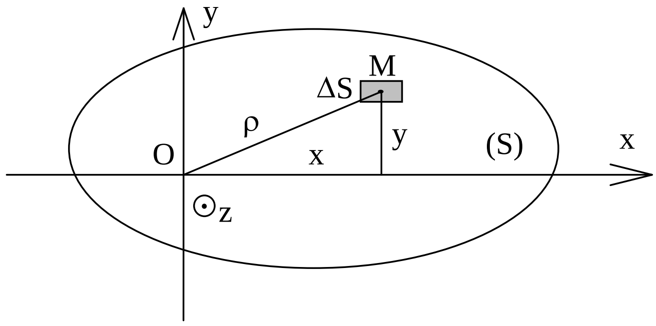
Le moment quadratique polaire élémentaire de ΔS par rapport à $(O,\vec{z})$ perpendiculaire en O au plan de la figure et noté ΔI_O est défini par :

$$\Delta I_O = \rho^2 . \Delta S$$

et pour l'ensemble de la surface (S) :

$$I_o = \sum_{(S)} \rho^2 . \Delta S$$

Considérons le moment quadratique polaire I_O de la surface (S) par rapport à $(O,\vec{z})$ perpendiculaire en O à son plan.



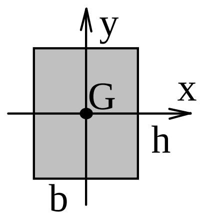
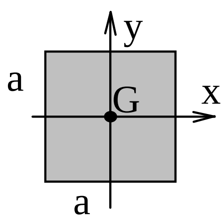
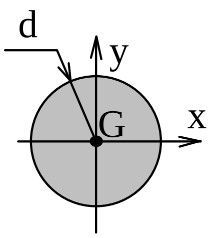
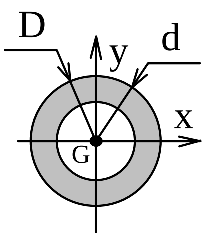
Notons : $I_O = \sum_{(S)} \rho^2.\Delta S$

Soient x et y les coordonnées du point M. On a : $\rho^2 = x^2 + y^2$

On a donc : $I_O = \sum_{(S)} \rho^2.\Delta S = \sum_{(S)} x^2.\Delta S + \sum_{(S)} y^2.\Delta S$

Soit : $\boxed{I_O = I_{Ox} + I_{Oy}}$

Moments quadratiques utiles

	I_{GX}	I_{GY}	$I_G = I_O$
	$\dfrac{bh^3}{12}$	$\dfrac{hb^3}{12}$	$\dfrac{bh}{12}(b^2 + h^2)$
	$\dfrac{a^4}{12}$	$\dfrac{a^4}{12}$	$\dfrac{a^4}{6}$
	$\dfrac{\pi d^4}{64}$	$\dfrac{\pi d^4}{64}$	$\dfrac{\pi d^4}{32}$
	$\dfrac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$	$\dfrac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$	$\dfrac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$

IV.2. Théorème de Huyghens

Le moment Quadratique d'une surface plane par rapport à un axe de son plan I_Δ est égal au moment quadratique par rapport à l'axe parallèle passant par son centre de gravité $I_{\Delta G}$, plus le produit de l'aire de la surface S par le carré de la distance entre les deux axes (d^2)

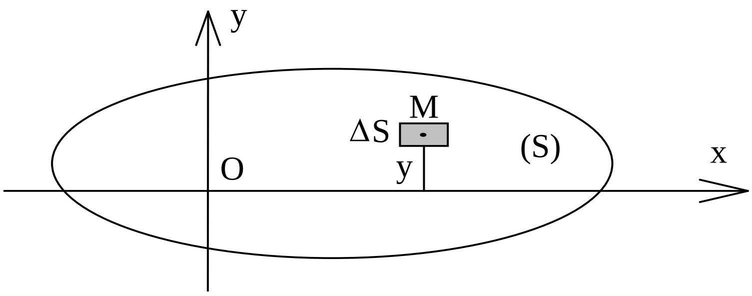
$$I_\Delta = I_{\Delta G} + Sd^2$$

III. MOMENT STATIQUE

III.1. Moment statique d'une surface plane par rapport à un axe de son plan

Définition

Soit (S) une surface plane et un repère orthonormé (O,x,y) associé.



Le moment quadratique élémentaire de ΔS par rapport à (O,x) , noté ΔI_{Ox} est défini par

$$dI_{\mathbf{Ox}} = y \cdot dS$$

et pour l'ensemble de la surface (S) :

$$I_{ox} = \int\int y \cdot dS$$

***Remarques* :**

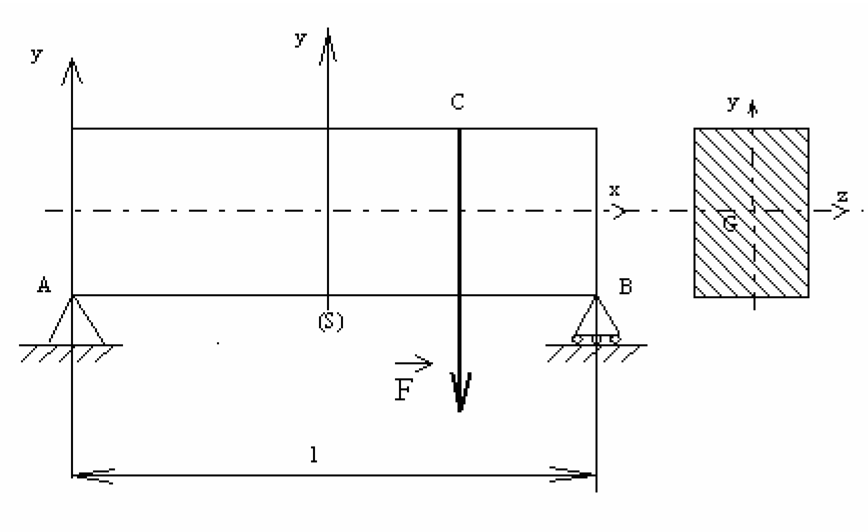
- L'unité de moment quadratique est le mm^3 (ou le m^3)
- Un moment quadratique est toujours positif.

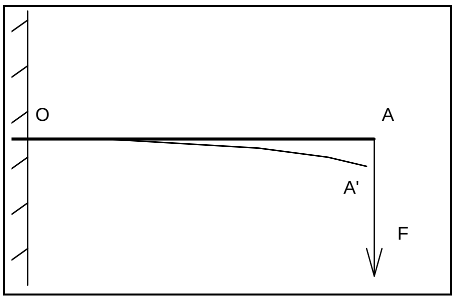
EXERCICE :

Calculer le moment statique pour un rectangle

V.1.RAPPELS

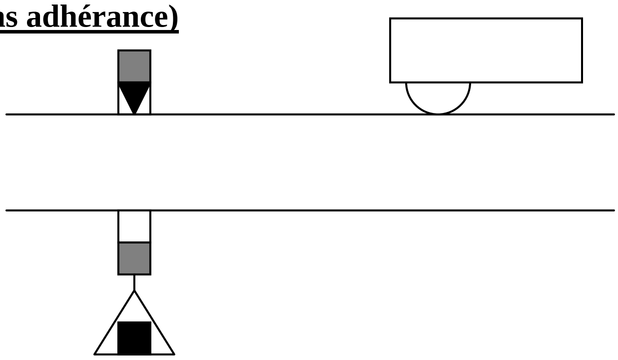
Une poutre est sollicitée en flexion plane simple lorsque le système des forces extérieures se réduit à un système coplanaire et que toutes les forces sont perpendiculaires à la ligne moyenne.





V.2. MODELISATION DES FORCES EXTERIEURES

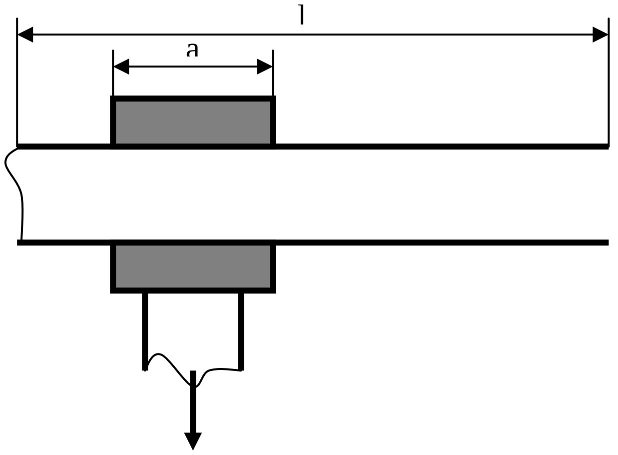
1 Contact ponctuel(sans adhérance)



modèle

2. Contact linéique (sans adnerance)

Contact court a<l/10

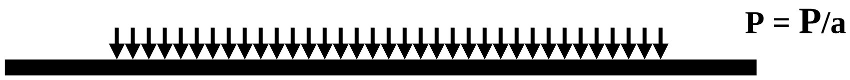


modèle

3. Actions réparties linéairement

a > l/10

modèle

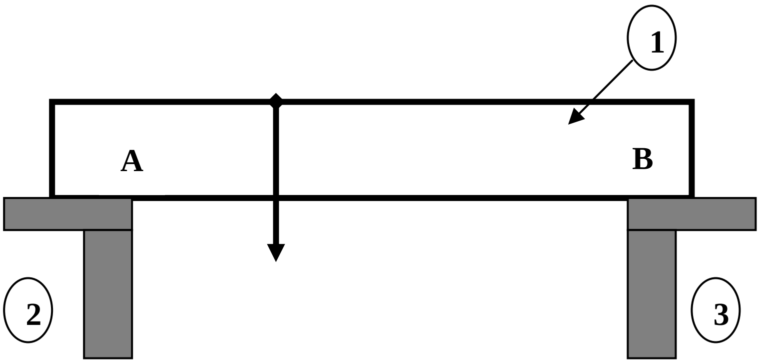


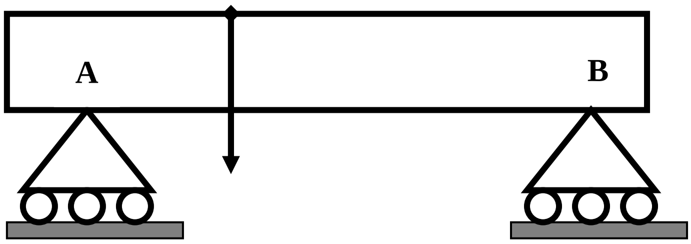
p s'appelle le coefficient de charge (dans ce cas p est constant)
p s'exprime généralement en newtons par mm (N/mm)

V.3. MODELISATION DES LIAISONS

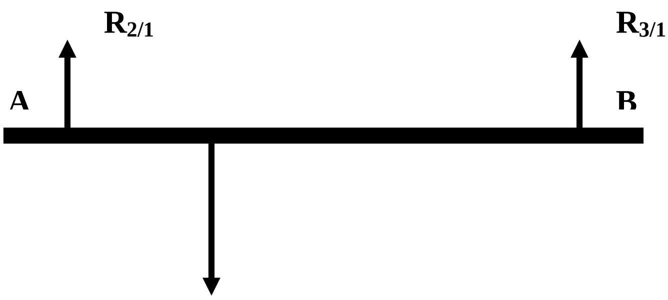
Lorsqu'on étudie l'équilibre et la déformation d'une poutre droite chargée de façon simple, c'est-à-dire dans le plan longitudinal de symétrie et perpendiculairement à la ligne moyenne, la nature des liaisons mécaniques de la poutre avec le milieu extérieur intervient aussi bien dans la détermination des sollicitations que dans l'étude des déformations. Nous devons donc modéliser convenablement les actions de liaisons (ou action des appuis).
Nous allons modéliser les liaisons proprement dites, puis donner les actions mécaniques qu'elles provoquent.

1 Appui simple

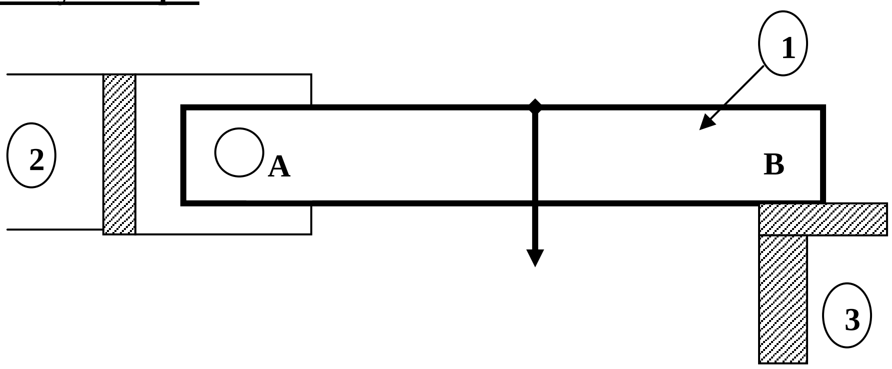


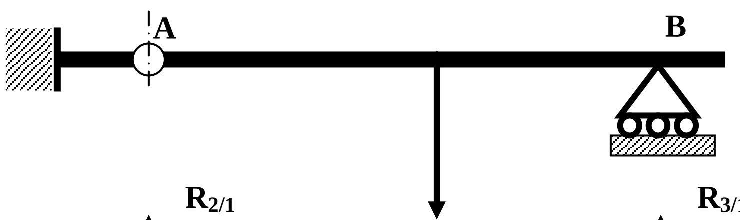


modèle

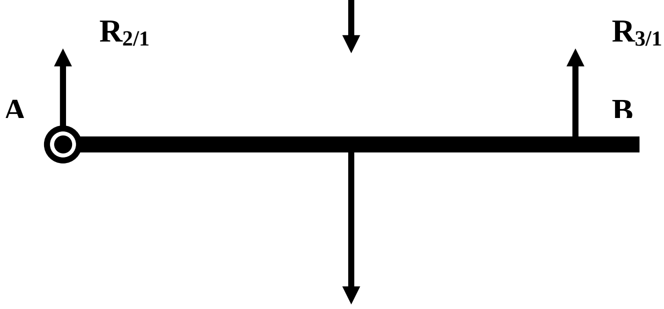


2. Articulation cylindrique

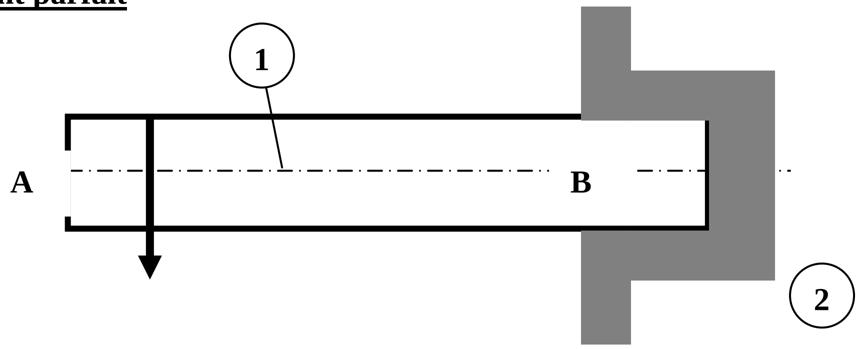


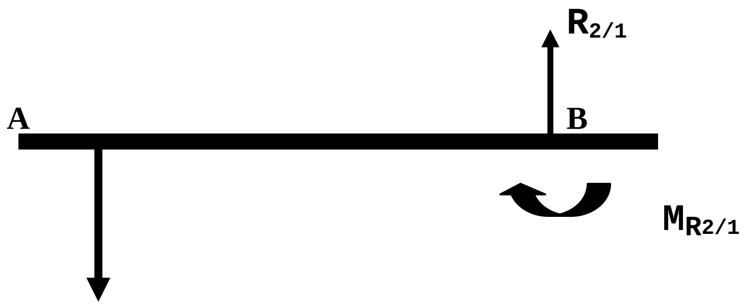


modèle



3. Encastrement parfait





V.4. POUTRE FLECHIE EN EQUILIBRE ISOSTATIQUE OU HYPERSTATIQUE

1 Définition

Une poutre est en équilibre ***isostatique*** lorsque le nombre des liaisons de la poutre avec le milieu extérieur est ***juste suffisant*** pour assurer son équilibre.

Une poutre est en équilibre ***hyperstatique*** lorsque le nombre de liaisons de la poutre avec le milieu extérieur est ***supérieur au strict nécessaire*** pour maintenir l'équilibre.

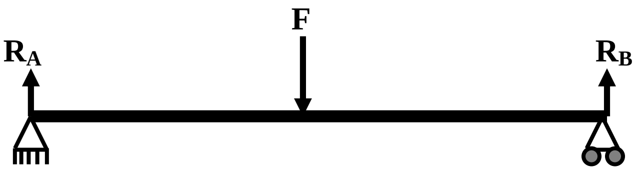
Soit **P** le nombre de réactions inconnues et **N** le nombre d'équations d'équilibre (lois fondamentales).
Si P-N =0 l'équilibre est dit ***isostatique***

Si P-N =1 l'équilibre est dit ***hyperstatique d'ordre 1***

Si P-N =n l'équilibre est dit ***hyperstatique d'ordre n***

2 Exemples

1. Poutre en équilibre sur deux appuis simples



Réactions inconnues : $\mathbf{R_A}$ **et** $\mathbf{R_B}$ donc **P=2**

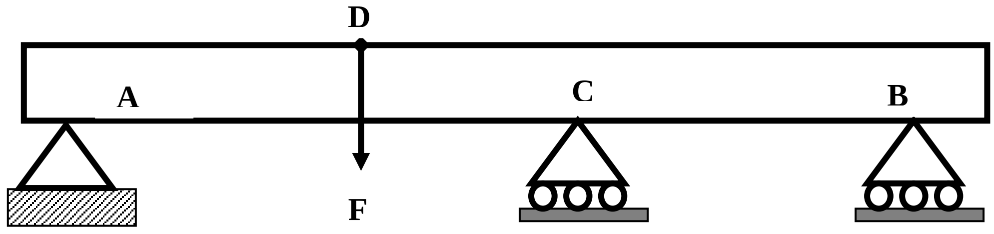
Equations d'équilibre

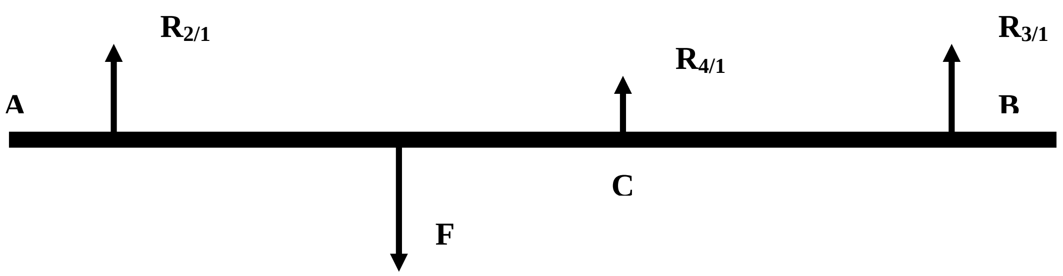
1. $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{O}$ ⇨ $\mathbf{R_A + R_B - F = 0}$
2. $\sum \vec{M}_{Az}(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$ ⇨ $\mathbf{F*d - R_B*l = 0}$

N=2

P-N=0 l'équilibre de la poutre est isostatique

2. Poutre en équilibre sur trois appuis simples





Réactions inconnues : $\mathbf{R_A}$ **,** $\mathbf{R_B}$ **et** $\mathbf{R_c}$ donc **P=3**

Equations d'équilibre

1. $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{O}$ ⇨ $\mathbf{R_A + R_B + R_c - F = 0}$
2. $\sum \vec{M}_{Az}(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$ ⇨ $\mathbf{F*d - R_B*l - R_c*a = 0}$

N=2

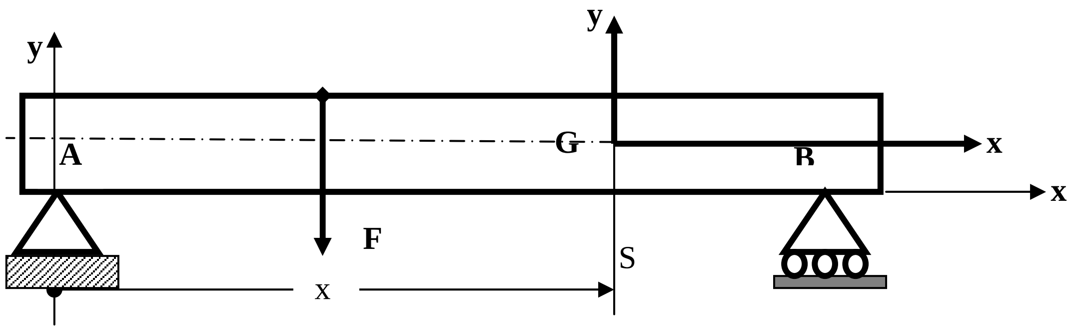
P-N=1 l'équilibre de la poutre est hyperstatique d'ordre 1

Exeercice
Quel est le type d'équilibre d'une poutre encastrée à ses deux extrémités ?

V.5. <u>EFFORT TRANCHANT ET MOMENT DE FLEXION</u>

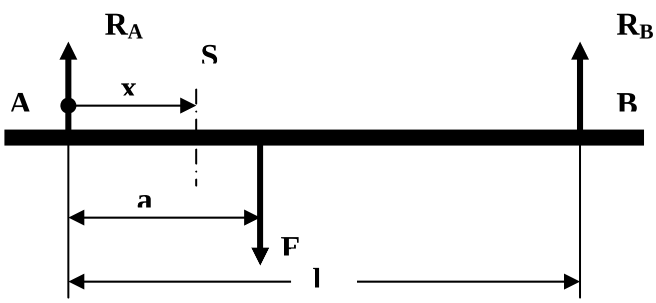
1.Repères utilisés en RDM

Considérons une poutre reposant sur deux appuis simples sans adhérence et supportant une charge F concentrée en c



Soit une section droite S et soit G son centre de gravité.
Le repère **(A,x,y,z)** permet de repérer sans ambiguïté la section S ce repère est appelé ***repère de position.*** C'est également dans ce repère que se résolvent les équations d'équilibre de la poutre.
Le repère (G,x,y,z) d'origine G, centre de gravité S considérée tel que Gx soit la normale extérieur en G, permet de connaître les éléments de réduction du système de forces extérieures situées d'un même coté de S. Ce repère est appelé ***repère de projection.***

2. Effort tranchant et moment fléchissant



Définitions :

- ***L'effort tranchant*** T_y ***dans une section*** S ***de la poutre est la somme algébrique de tous les efforts extérieurs situés à gauche de*** S.
- ***Le moment fléchissant dans*** M_{fz} ***est la somme algébrique des moments par rapport à*** Gz ***(G est le centre de section S) de tous les efforts extérieurs situés à gauche de S***

Application : Etude du ca des la poutre en dessus

Après avoir écrit les équations de l'équilibre dans le repère (A,x,y,z)

R_A = F*(1- a/l) **et** **R_B = F * a/l**

1. cas ou 0 < x< a

Le système de force à gauche de S se réduit à R_A

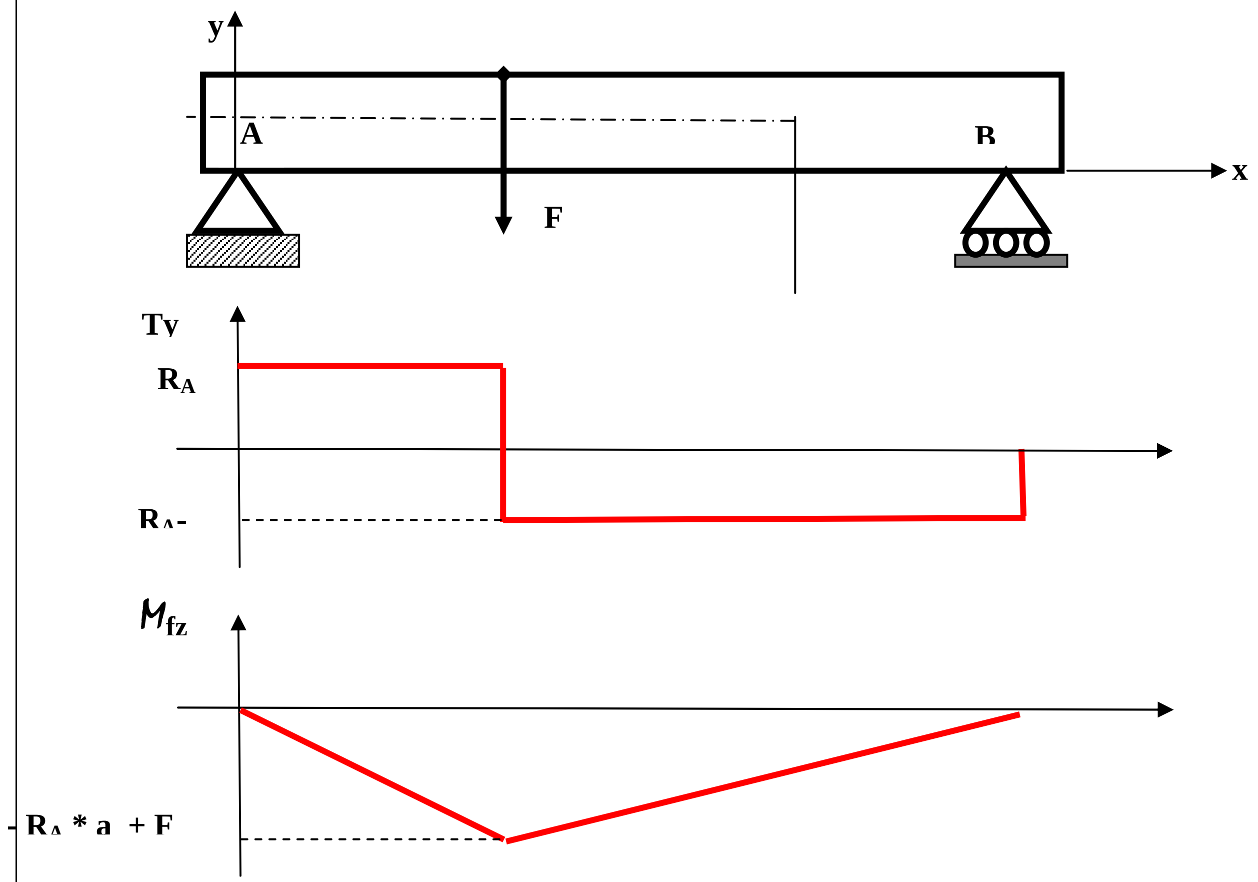
$$\begin{cases} T_y = R_A \\ M_{fz} = - R_A * x \end{cases}$$

1. cas ou a < x< l

$$\begin{cases} T_y = R_A - F \\ M_{fz} = - R_A * x + F (x-l) \end{cases}$$

3. Diagramme des efforts tranchants et moments fléchissants

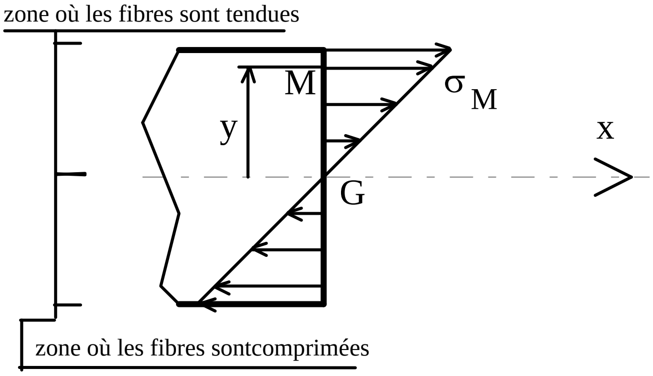
Représentent les fonction $T_y(x)$ et $M_{fz}(x)$



V.6. ETUDE DES CONTRAINTES

1. Contraintes Normales et tangentielles

Dans le cas de la flexion plane simple, les contraintes se réduisent essentiellement à des contraintes normales σ.
Les contraintes de cisaillement τ sont négligeables.



La contrainte normale s en un point M d'une section droite (s) est proportionnelle à la distance y entre ce point et le plan moyen passant par G.

$$\boxed{\sigma = \frac{Mf}{Iz} \cdot y}$$

2. Conditions de résistance

Pour des raisons de sécurité, la contrainte normale σ doit rester inférieure à une valeur limite appelée contrainte pratique à l'extension σ_{pe}.

On a :

$$\sigma_{pe} = \frac{\sigma_e}{s}$$

s est un coefficient de sécurité

La condition de résistance traduit simplement le fait que la contrainte réelle ne doit pas dépasser le seuil précédent, soit :

$$\boxed{\sigma_{réelle} = \frac{Mf_{maxi}}{\left(\dfrac{I_{Gz}}{y_{maxi}}\right)} < \sigma_{pe}}$$

Remarque : ***Influence des variations de section***

Si le solide étudié présente de fortes variations de sections, les relations précédentes ne s'appliquent plus. Il faut alors appliquer un coefficient de concentration de contraintes.

V.7. ETUDE DE LA DEFORMEE

Cette étude permet de donner l'équation de la déformée de la poutre sous la forme y = f(x). Elle est principalement basé sur la résolution de l'équation différentielle suivante :

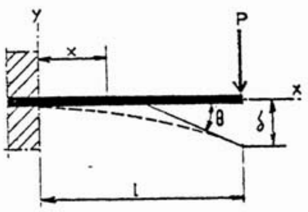
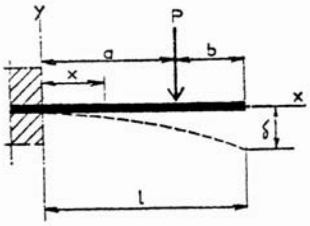
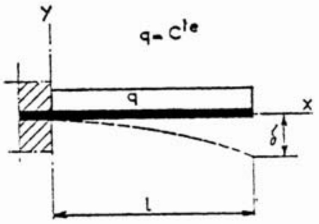
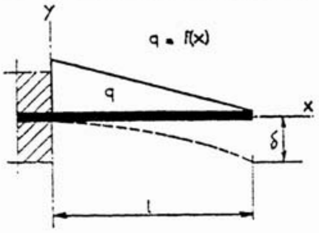
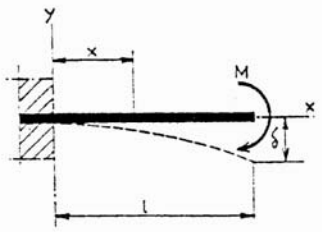
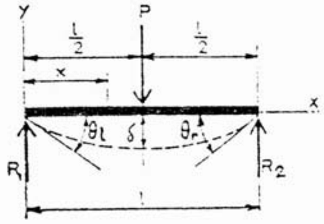
$$\boxed{Mf = E.I.y''}$$

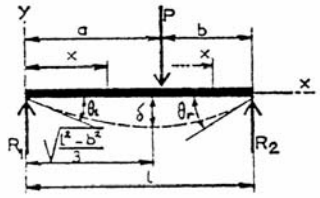
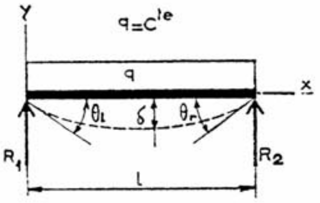
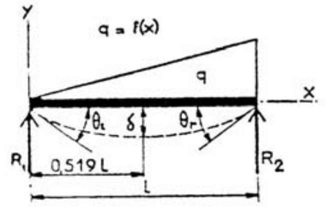
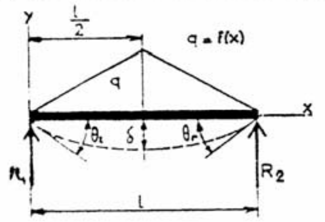
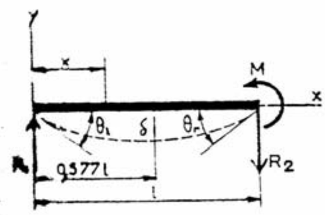
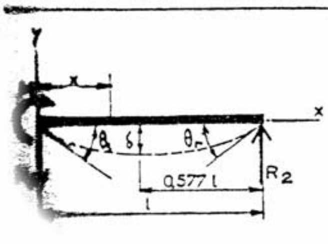
Il faut alors procéder à deux intégrations successives. Les constantes d'intégration s'obtiennent grâce aux conditions aux limites
(appuis, encastrements...).

exemple de conditions aux limites :

Appui simple	y = 0	
Encastrement	y = 0	y' = 0

Les tableaux suivant donne les efforts tranchant et le moment fléchissant et la flèche pour chaque type de sollicitation

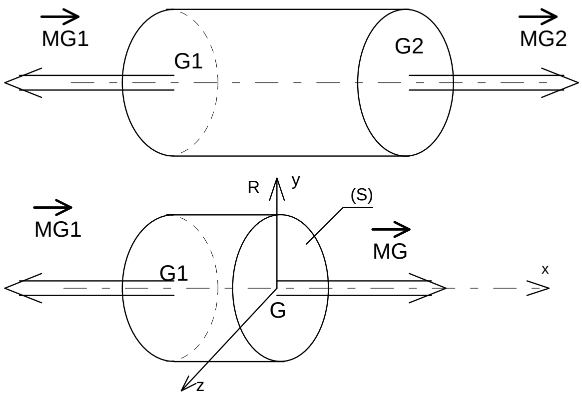
Type de poutre	Moment réel maximal	Pente en extrémité en radians	Équation de la flèche (sens positif vers le bas)	Flèche maximale
	$M_e = -Pl.$	$\theta = \frac{Pl^2}{2\,EI}.$	$EIy = \frac{Px^2}{6}(3\,l - x).$	$\delta = \frac{Pl^3}{3\,EI}.$
	$M_e = -Pa.$	$\theta = \frac{Pa^2}{2\,EI}.$	$EIy = \frac{Px^2}{6}(3\,a - x)$ pour $0 < x < a.$ $EIy = \frac{Pa^2}{6}(3\,x - a)$ pour $a < x < l.$	$\delta = \frac{Pa^2}{6\,EI}(3\,l - a).$
	$M_e = -\frac{ql^2}{2};$	$\theta = \frac{ql^3}{6\,EI}.$	$EIy = \frac{qx^2}{24}(6\,l^2 - 4\,lx + x^2).$	$\delta = \frac{ql^4}{8\,EI}.$
	$M_e = -\frac{ql^2}{6};$	$\theta = \frac{ql^3}{24\,EI};$	$EIy = \frac{qx^2}{120\,l}(10\,l^3 - 10\,l^2x + 5\,lx^2 - x^3).$	$\delta = \frac{ql^4}{30\,EI}.$
	$M_e = -M_e.$	$\theta = \frac{M_e l}{EI}.$	$EIy = \frac{Mx^2}{2}.$	$\delta = \frac{Ml^2}{2\,EI}.$
	$M_e = \frac{Pl}{4}.$	$\theta_l = \theta_r = \frac{Pl^2}{16\,EI}.$	$EIy = \frac{Px}{12}\left(\frac{3}{4}\,l^2 - x^2\right)$ pour $0 < x < \frac{l}{2}.$	$\delta = \frac{Pl^3}{48\,EI}.$

Type de poutre	Moment réel maximal	Pente en extrémité en radians	Équation de la flèche (sens positif vers le bas)	Flèche maximale
	$M_m = \frac{Pab}{l}$ à $x = a$.	$\theta_l = \frac{Pb\,(l^2 - b^2)}{6\ EIl}$. $\theta_r = \frac{Pa\,(l^2 - a^2)}{6\ EIl}$.	$EIy = \frac{Pbx}{6\,l}\,(l^2 - x^2 - b^2)$ pour $0 < x < a$. $EIy = \frac{Pb}{6l}\left[\frac{l}{b}\,(x - a)^3 + (l^2 - b^2)\,x - x^3\right]$ pour $a < x < l$.	$\delta = \frac{Pa\,(l^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}\ EIl}$ à $x = \sqrt{\frac{l^2 - b^2}{3}}$; $\delta = \frac{Pb}{48\ EI}\,(3 \quad - 4\,b^2)$ pour $a > b$ la flèche n'est pas maxi au milieu de l.
	$M_m = \frac{ql^2}{8}$;	$\theta_l = \theta_r = \frac{ql^3}{24\ EI}$.	$EIy = \frac{qx}{24}\,(l^3 - 2\,lx^2 + x^3)$.	$\delta = \frac{5\ ql^4}{384\ EI}$.
	$M_m = \frac{ql^2}{9\sqrt{3}}$.	$\theta_l = \frac{7\ ql^3}{360\ EI}$; $\theta_r = \frac{8\ ql^3}{360\ EI}$.	$EIy = \frac{qx}{360\ l}\,(7\ l^4 - 10\,l^2x^2 + 3\ x^4)$	$\delta = \frac{25\ ql^4}{384\ EI}$. la flèche n'est pas maxi au milieu de l.
	$M_m = \frac{ql^2}{12}$;	$\theta_l = \theta_r = \frac{5\ ql^3}{192\ EI}$.	$EIy = \frac{qx}{960\ l}\,(25\ l^4 - 40\,l^2x^2 + 16\ x^4)$ pour $0 < x < \frac{l}{2}$.	$\delta = \frac{ql^4}{120\ EI}$.
	$M_m = M_m$	$\theta_l = \frac{Ml}{6\ EI}$; $\theta_r = \frac{Ml}{3\ EI}$.	$EIy = \frac{Mlx}{6}\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)$.	$\delta = \frac{Ml^2}{9\sqrt{3}\ EI}$ à $x = \frac{l}{\sqrt{3}}$ la flèche n'est pas maxi au milieu de l, $\delta = \frac{Ml^2}{16\ EI}$.
	$M_m = M_m$.	$\theta_l = \frac{Ml}{3\ EI}$; $\theta_r = \frac{Ml}{6\ EI}$.	$EIy = \frac{Mx}{6\,l}\,(l - x)\,(2\,l - x)$.	$\delta = \frac{Ml^2}{9\sqrt{3}\ EI}$ à $x = l - \frac{l}{\sqrt{3}}$, la flèche n'est pas maxi au milieu de l, $\delta = \frac{Ml^2}{16\ EI}$.

VI.1. RAPPELS

1 Définition

Une poutre est sollicitée en torsion simple lorsqu'elle est soumise à ses deux extrémités à des liaisons dont les efforts associés se réduisent à deux couples opposés dont les moments sont parallèles à l'axe du cylindre.
(on suppose la poutre comme cylindrique et de section circulaire constante)

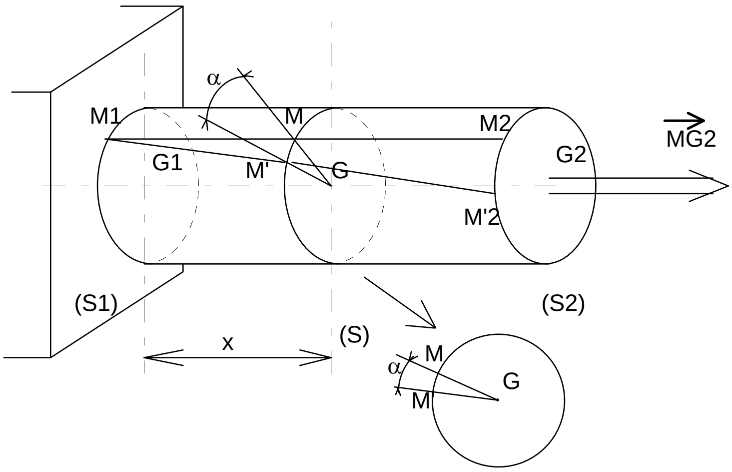


Les éléments de réduction en G du torseur des efforts de cohésion s'expriment par :

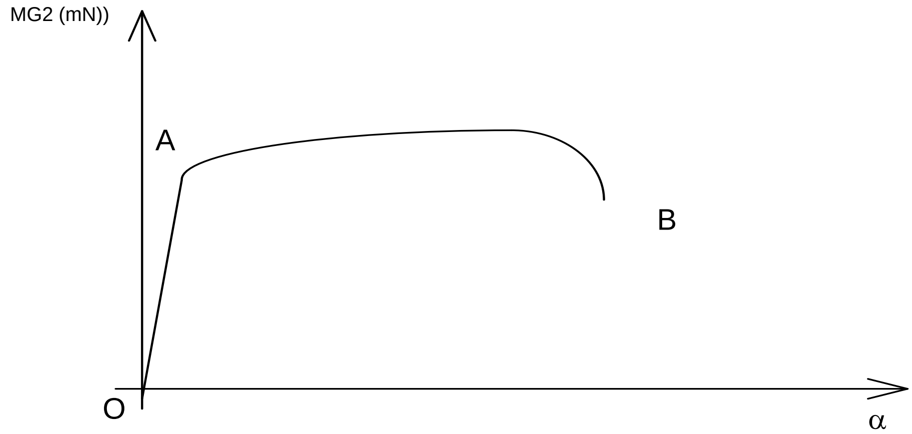
$$\{Cohésion\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & Mt \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

VI. 2. Essai de torsion

Un dispositif permet d'effectuer un essai de torsion sur une poutre encastrée à son extrémité G_1 et soumise à un couple de torsion à son extrémité G_2.
Cette machine permet de tracer le graphe du moment appliqué en G_2 en fonction de l'angle de rotation d'une section droite.



On note lors de l'essai que, pour une même valeur du moment, l'angle α croit de façon linéaire avec x, l'abscisse de la section droite étudiée : $\boldsymbol{\alpha = k.x}$



Analyse de la courbe obtenue

◊ **Zone OA :** c'est la zone des déformations élastiques. Si l'on réduit la valeur du moment jusqu'à une valeur nulle, l'éprouvette retrouve sa forme initiale.
Dans cette zone, *l'angle α de torsion est proportionnel au couple appliqué*.
Les sections droites et planes de l'éprouvette restent droites et planes pendant l'essai.

◊ **Zone AB :** c'est la zone des déformations permanentes.
L'éprouvette ne retrouve pas sa forme initiale après déformation.

VI.2 Déformations élastiques

La *propriété constatée ci-dessus* a permis d'établir la relation : $\boxed{\alpha = \dfrac{Mt \,.\, x}{G \,.\, I_0}}$

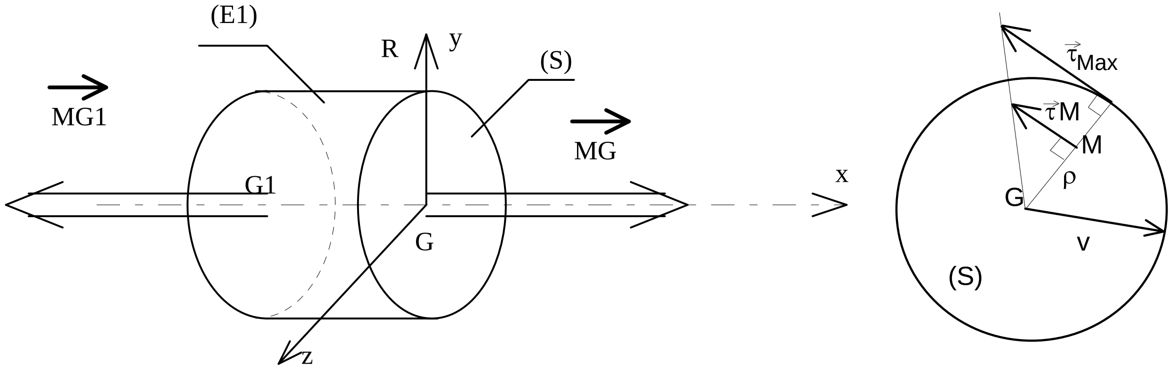
Unités :

	$\mathbf{M_t}$	moment de torsion en N.mm
	G	module d'élasticité transversal en MPa
	$\boldsymbol{\alpha}$	en radian
	Io	moment quadratique polaire de la section (S) en mm^4

En définissant l'angle unitaire de torsion par : $\vartheta = \alpha / x$ (exprimé en rad/mm), notre relation devient alors :

$$\boxed{Mt = G.\theta.I_O}$$

VI.3. Contraintes



Soit M un point de la section droite (S) de la poutre situé à une distance ρ du centre G de la section (voir ci-dessus). On définit la contrainte de torsion τ en M par la relation :

$$\boxed{\tau_M = \frac{Mt}{\left(\frac{I_O}{\rho}\right)}}$$

avec : τ contrainte tangentielle en MPa.
Mt moment de torsion en N.mm
Io moment quadratique polaire de la section (S) en mm^4

Contrairement aux phénomènes étudiés jusqu'à maintenant, la contrainte varie en fonction du point choisi dans une section droite. Plus ce point est éloigné du centre de la section, plus la contrainte y sera importante.

La contrainte est maximale pour $\rho = \rho_{maxi}$, soit : $\tau_M = \dfrac{Mt}{\left(\frac{I_O}{\rho_{max\,i}}\right)}$

VI.5. Conditions de résistance

Pour des raisons de sécurité, la contrainte normale τ doit rester inférieure à une valeur limite appelée contrainte pratique τ_p (voisine de la contrainte pratique de cisaillement).

On a :

$$\tau_p = \frac{\tau_e}{s}$$

s est un coefficient de sécurité.

La condition de résistance traduit simplement le fait que la contrainte réelle ne doit pas dépasser le seuil précédent, soit :

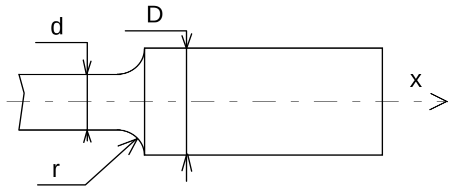
$$\boxed{\tau_{réelle} = \frac{Mt}{\left(\frac{I_O}{\rho_{maxi}}\right)} < \tau_p}$$

VI.6. <u>Influence des variations de section</u>

Si le solide étudié présente de fortes variations de sections, les relations précédentes ne s'appliquent plus.Il faut alors appliquer un coefficient de concentration de contraintes

<u>exemple</u> : épaulement

r/D D/d	0,1	0,05	0,02
1,09	1,3	1,5	1,7
1,2	1,5	1,7	2,5
1,5	1,7	2,2	2,7



Module09 :

APPLICATION DES NOTIONS DE RESISTANCE DES MATERIAUX

RESUME THEORIQUE

Module 09 :

APPLICATION DES NOTIONS DE RESISTANCE DES MATERIAUX

GUIDE DES TRAVAUX DIRIGES

I. TD : Traction

TD1 : Remorquage d'un véhicule

I.1. Objectif(s) visé(s) :

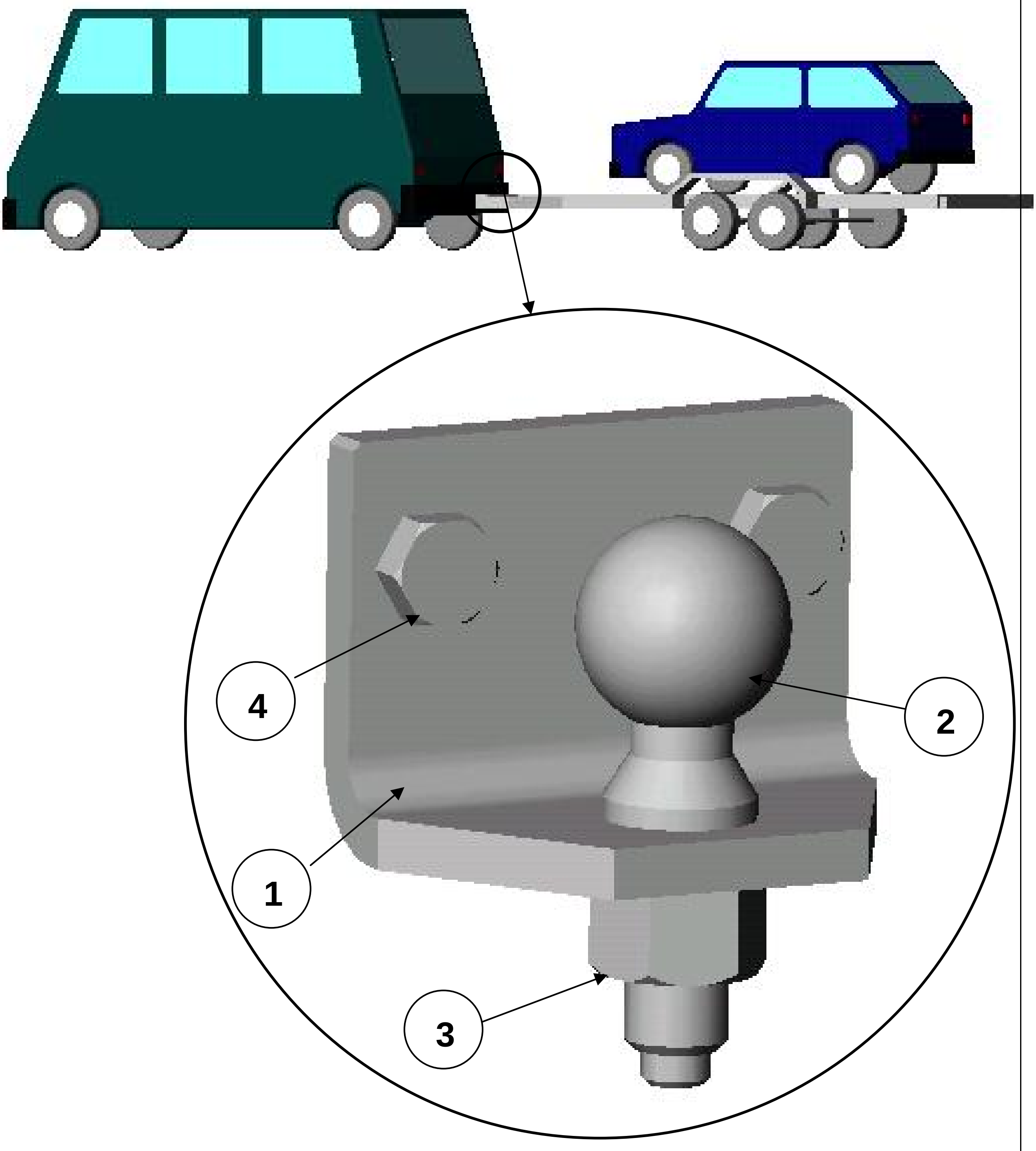
- Appliquer les connaissances acquises en Résistance des matériaux sur la sollicitation d'un solide en traction.
- Etre capable de Vérifier la condition de résistance d'une piéce Sollicitée en traction.

I.2. Durée du TD:

3 *heures*

I.3. Description du TD:

Voir page ci jointe


4
2
1
3

1) Problème posé :

On se propose de calculer la contrainte de traction dans les vis de fixation de
l'attache lors du remorquage d'un véhicule.

Hypothèse :

Les contraintes dûes à l'effort de traction lors du remorquage sont les seules à être considérées dans cet exercice.

Lors de variations brusques de vitesses la remorque exerce un effort de traction maximum de 3150 daN sur l'attache.

Cet effort se réparti à égalité sur chaque vis de fixation rep 4.

Données :	Diamètre sollicité d'une vis :	ϕ 14mm (ϕ d'âme des vis rep 4)
	Matière :	42 Cr Mo 4
	Coefficient de sécurité :	k = 8

2) Activités :

1- Rechercher dans l'extrait de documentation technique "caractéristique de quelques matériaux" la valeur de la **résistance de la matière** constituant les vis.

Re = ………………Mpa

2- En lisant le problème posé donner la valeur de la **force de traction** appliquée à chaque vis, exprimer cette valeur en **Newton**.

Ft = ……………… N

3- Calculer **l'aire de la section d'une vis** soumise à la traction.

Aide : L'âme étant cylindrique, sa section est circulaire. L'aire d'un cercle est : $S = \pi R^2$

Calculs :

…………………………………………………………………………………

S = ……………… mm ^{2}

4- Calculer la **contrainte σ** dans une vis.

Calculs :

…………………………………………………………………………………

σ = ……………… Mpa

5- Calculer **Rp**, résistance pratique de la matière des vis.

Calculs :

…………………………………………………………………………………

Rp = ……………… Mpa

6- A partir du cours écrire la **condition de résistance** à la traction d'une vis:

…………………………………………………………………………………

Conclusion :

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

I.TD 2 : Etude d'une enveloppe cylindrique mince

1. Objectif(s) visé(s) :

- ***Etre capable de dimensionner les réservoirs cylindrique***

2. Durée du TD:

4heures

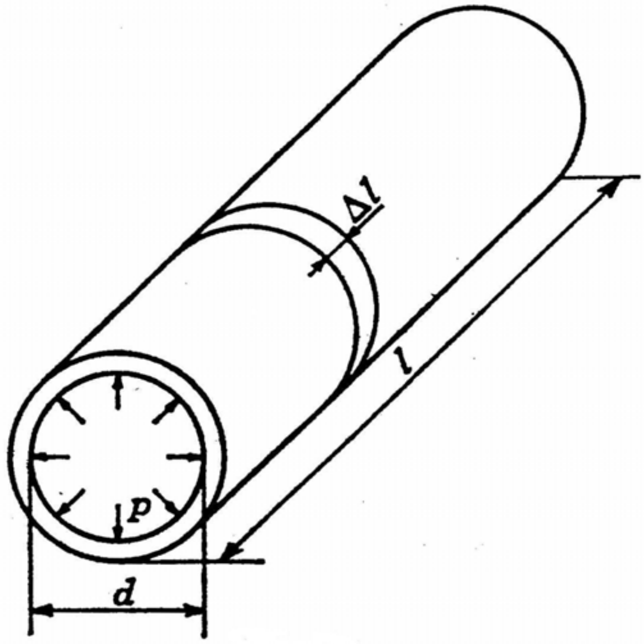
3. Description du TD :

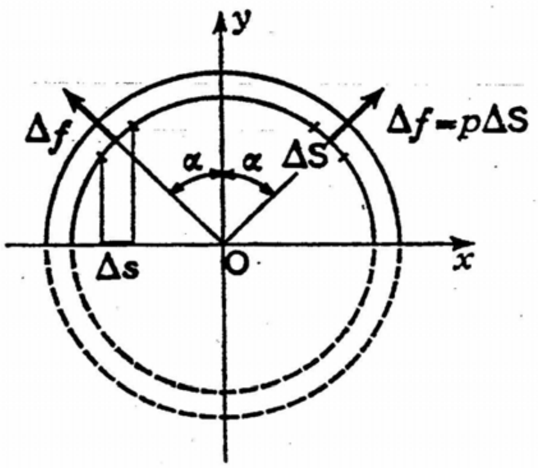
Voir pages ci jointes

Cas des enveloppes cylindriques minces. — *On désigne par enveloppe cylindrique mince une enveloppe dont l'épaisseur est relativement faible devant les autres dimensions* (conduite d'eau sous pression, réservoir de gaz comprimé, chaudière à vapeur...).

Les forces pressantes sur les parois provoquent des contraintes et des déformations. Le problème consiste donc à déterminer l'épaisseur de l'enveloppe afin qu'elle résiste en toute sécurité. Par ailleurs, l'épaisseur de la paroi étant petite devant le diamètre intérieur (inférieure environ au centième de ce diamètre) on admet que la répartition des contraintes est uniforme.

a) *Problème préliminaire.* — Détermination de la poussée résultante d'un fluide sur une paroi demi-cylindrique.





Soit un réservoir cylindrique clos (diamètre intérieur d, longueur l) soumis à une pression intérieure p

Isolons un élément de longueur Δl et considérons la moitié de cet élément

Sur l'élément de paroi ΔS s'exerce la force pressante Δf. Projetons sur les axes :

- sur Ox, la poussée a pour projection $\Sigma \Delta f \sin\alpha = 0$ en raison de la symétrie des données par rapport à Oy;

- sur Oy, la poussée a pour projection $\Delta F = \Sigma \Delta f \cos\alpha$ soit,

$\Delta F = \Sigma p \Delta S \cos\alpha = p \Sigma \Delta S \cos\alpha$.

Or, $\Delta S \cos\alpha = \Delta s$ et $\Sigma \Delta s = d \Delta l$ de sorte que, sur la moitié de l'élément de longueur Δl s'exerce la force résultante :

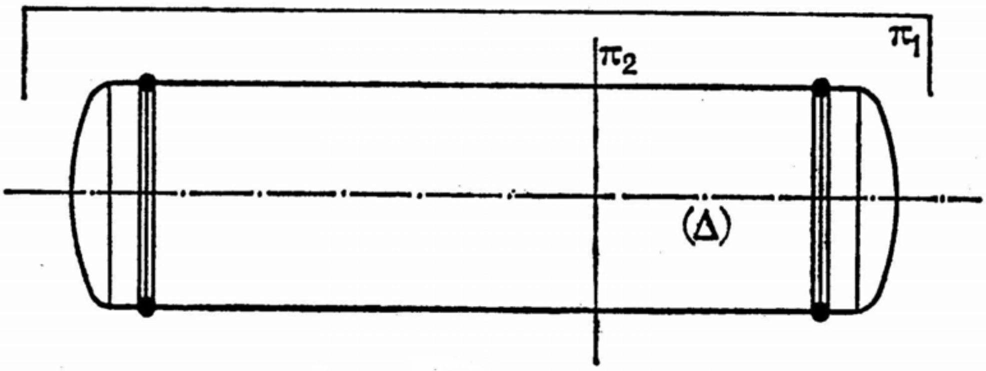
$$\Delta F = p d \Delta l$$

En définitive, la poussée sur la paroi demi-cylindrique a pour expression :

$$\boxed{F = pdl}$$

Remarque. — Un raisonnement analogue donne la poussée résultante sur chaque fond bombé dont la forme admet l'axe longitudinal comme axe de symétrie : $F' = p \frac{\pi d^2}{4}$

b) *Détermination des contraintes.* — Soit un réservoir cylindrique clos de longueur l, de diamètre extérieur d_e, de diamètre intérieur d_i et d'épaisseur e Il contient un fluide sous la pression absolue p_i, la pression extérieure étant la pression atmosphérique p_a (cas courant).



Pour déterminer les contraintes, effectuons une section et mettons en équilibre l'un des deux tronçons.

1° **Contrainte transversale** (section par le plan π_1) (fig. 31). — Mettons en équilibre la partie demi-cylindrique (A) dont le poids est négligé.

La partie (A) est soumise aux forces suivantes :

- Forces extérieures :

F_i, poussée sur la surface cylindrique intérieure,

F_a, poussée sur la surface cylindrique extérieure,

- Forces intérieures :

2N, exercées par la partie enlevée sur la partie isolée. D'après le préliminaire précédent,

$$F_i = p_i l d_i \text{ et } F_a = p_a l d_e$$

Par ailleurs, la répartition des contraintes étant supposée uniforme, $N = \sigma l e$.

L'équilibre de (A) se traduit par :

$$F_i - F_a = 2N \text{ soit, } \sigma = \frac{p_i d_i - p_a d_e}{2e}$$

résultat qui montre que la contrainte est indépendante de la longueur du réservoir.

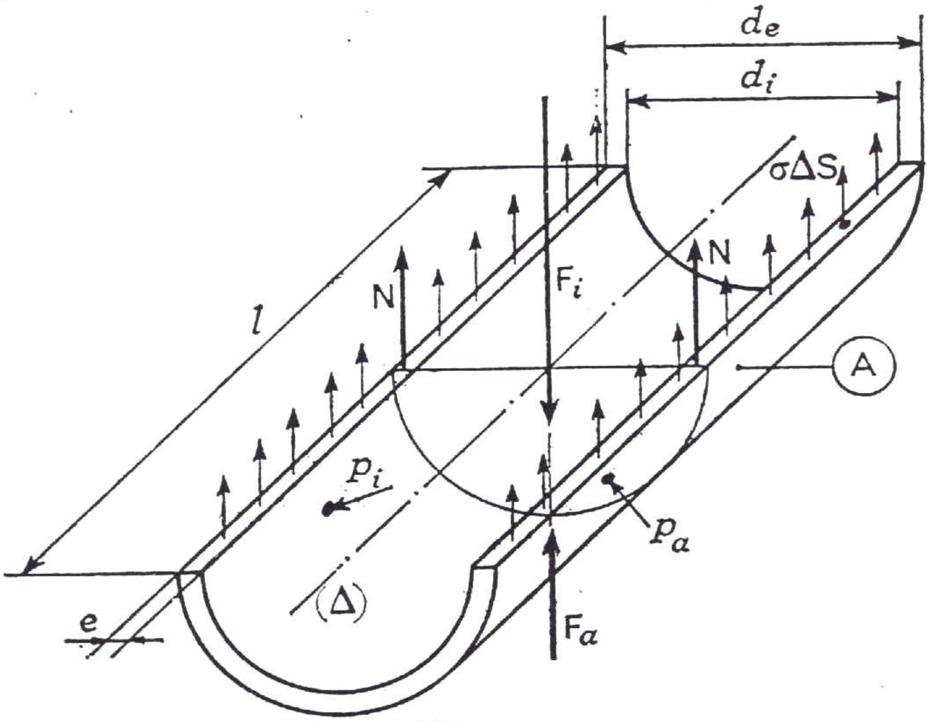


Fig.

Par ailleurs, $d_e \simeq d_i$ et $p_i - p_a = p_{eff}$ (pression effective). En définitive :

$$\boxed{\sigma = \frac{p_{eff}\, d_i}{2e}}$$

2° **Contrainte longitudinale** (section par le plan π_2). — On isole le tronçon (A') (fig.).

La partie (A') est soumise aux forces suivantes :

- Forces extérieures :
  F'_i, poussée sur le fond intérieur,
  F'_a, poussée sur le fond extérieur,
- Forces intérieures :
  N', action de la partie enlevée sur la partie isolée.

D'après le préliminaire précédent :

$$F'_i = p_i \frac{\pi d_i^2}{4} \quad \text{et} \quad F'_a = p_a \frac{\pi d_e^2}{4}$$

Par ailleurs, la répartition des contraintes étant supposée uniforme, $N' = \sigma' S'$.

L'équilibre de (A') se traduit par :

$$F'_i - F'_a = N' \quad \text{soit,} \quad \sigma' = \frac{\pi(p_i d_i^2 - p_a d_e^2)}{4S'}$$

avec $S' = \frac{\pi}{4}(d_e^2 - d_i^2) \simeq \pi d_i e$ car e est petit devant d_i et d_e que l'on confondra dans l'expression précédente de σ'.

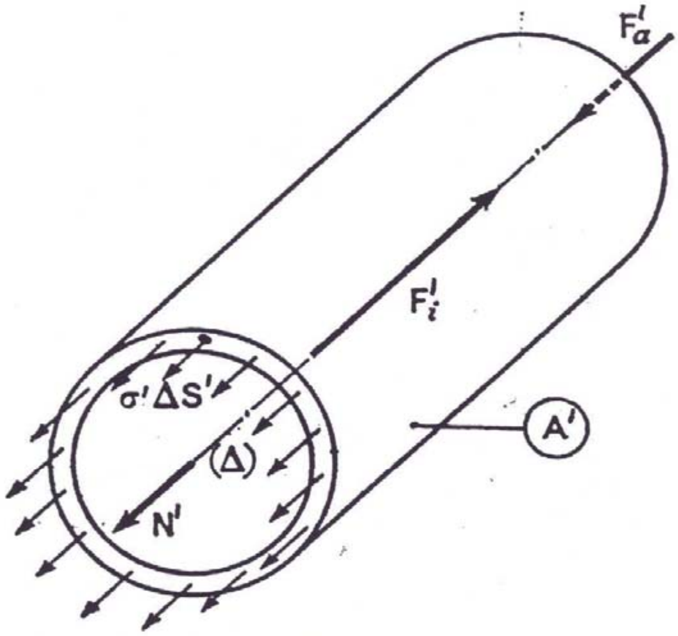


FIG.

En définitive :

$$\sigma' = \frac{(p_i - p_a)d_i}{4e} \quad \text{ou} \quad \boxed{\sigma' = \frac{p_{eff} d_i}{4e}}$$

CONCLUSION. — On remarque que $\sigma' = \frac{\sigma}{2}$ donc que l'enveloppe résiste mieux dans le sens transversal. L'expérience montre en effet que, si le matériau est homogène, la déchirure se produit le plus souvent selon une génératrice.

c) *Calcul de l'épaisseur.* — Pour que l'enveloppe résiste en toute sécurité, la contrainte transversale ne doit pas dépasser la contrainte admissible R_p du métal adopté :

$$\frac{p_{eff} d_i}{2e} \leqslant R_p \quad \text{soit} \quad \boxed{e \geqslant \frac{p_{eff} d_i}{2R_p}}$$

Par ailleurs, la répartition des contraintes étant supposée uniforme, $N' = \sigma' S'$.

L'équilibre de (A') se traduit par :

$$F'_i - F'_a = N' \quad \text{soit,} \quad \sigma' = \frac{\pi(p_i d_i^2 - p_a d_e^2)}{4S'}$$

avec $S' = \frac{\pi}{4}(d_e^2 - d_i^2) \simeq \pi d_i e$ car e est petit devant d_i et d_e que l'on confondra dans l'expression précédente de σ'.

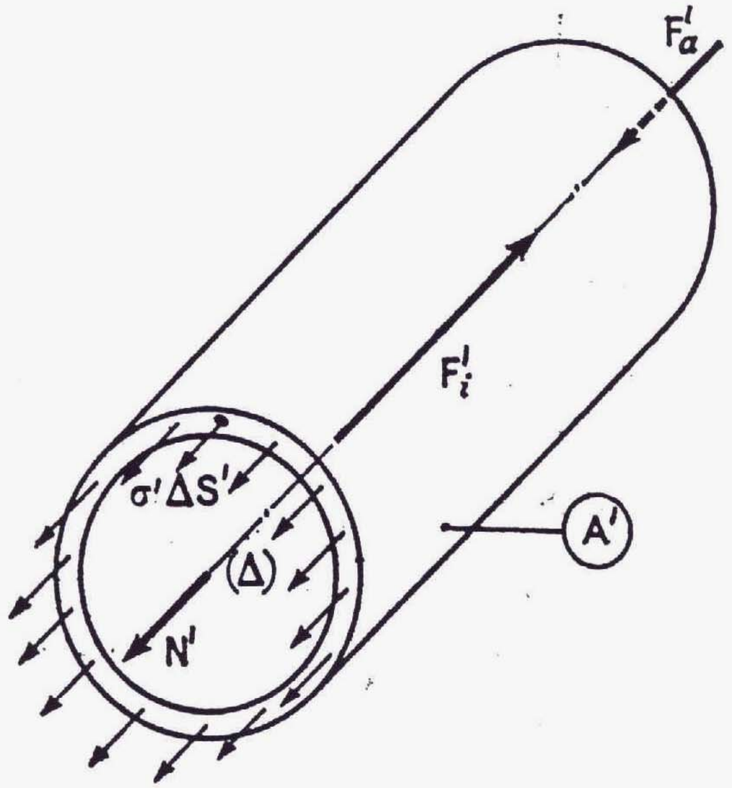


Fig.

En définitive :

$$\sigma' = \frac{(p_i - p_a)d_i}{4e} \quad \text{ou} \quad \boxed{\sigma' = \frac{p_{eff}d_i}{4e}}$$

Conclusion. — On remarque que $\sigma' = \frac{\sigma}{2}$ donc que l'enveloppe résiste mieux dans le sens transversal. L'expérience montre en effet que, si le matériau est homogène, la déchirure se produit le plus souvent selon une génératrice.

II. TD : Cisaillement

TD1 : Calcul des nombre de rivets

1. Objectif(s) visé(s) :

- *Etre capable de dimensionner les assemblages sollicités au cisaillement*
- *Etre capable de calculer le nombre de rivets qui assure l'assemblage des pièces mécaniques*

2. Durée du TD:

2 heures

3. Description du TD :

1° **Calcul d'un nombre de rivets** (charpentes métalliques). — *Il s'agit d'assembler les deux cornières* (2) (3) *sur le gousset* (1) (fig. 56).

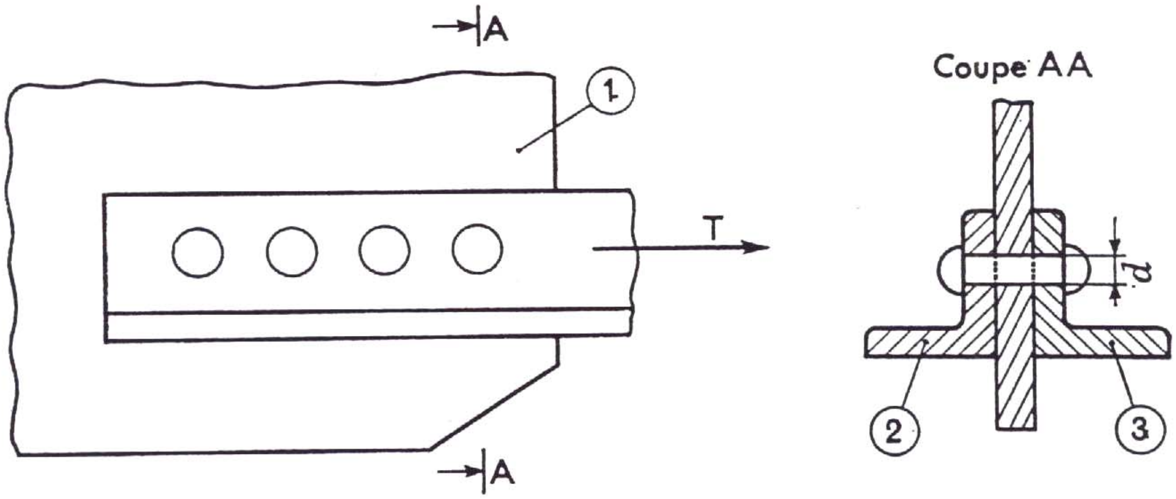


FIG. 56.

T *est l'effort qui s'exerce sur l'ensemble des cornières; les rivets en acier doux ont pour diamètre d et pour résistance pratique* R_{pg}. *Déterminer le nombre de rivets.*

Chaque rivet a tendance à se cisailler suivant deux sections. Condition de résistance au cisaillement :

$$\frac{T}{S} \leqslant R_{pg}$$

$$S = 2xs \left(s = \frac{\pi d^2}{4}, \text{ section d'un rivet}\right), \text{ soit } x \geqslant \frac{T}{2sR_{pg}}$$

Application numérique. — Pour $T = 100\,000$ N, $d = 16$ mm, $R_{pg} = 70$ N/mm², on trouve : $x \geqslant 3,5$. On prendra donc 4 rivets.

TD1 : Dimensionnement des assemblages mécano soudés.

Objectif(s) visé(s) :

- *Etre capable de dimensionner les assemblages mécano soudés sollicités au cisaillement*
- *Etre capable de calculer un cordon de soudure*

2. Durée du TD:

2 heures

***3. Description du TD** :*

3. 07. — Un entrait constitué par deux cornières égales (2) et (3) est sollicité par l'effort T = 110 000 N. L'entrait est fixé sur un gousset (1) par quatre cordons de soudure ayant pour épaisseurs 5 mm et 4 mm (fig. 67).

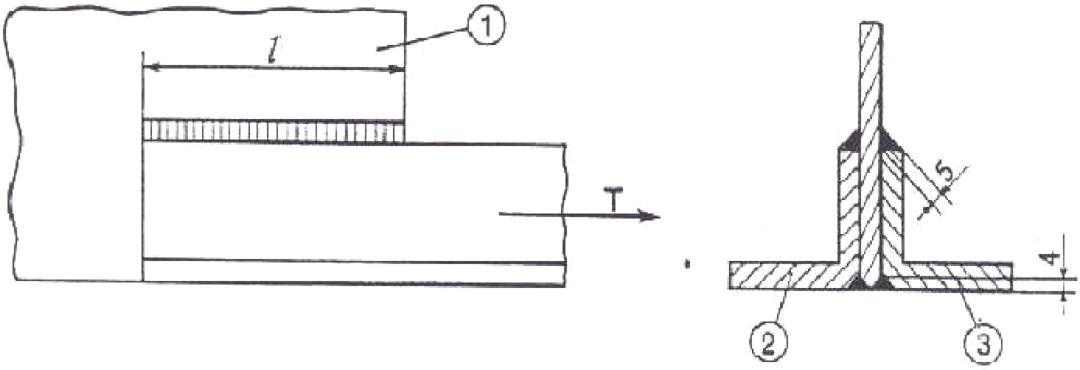


Fig. 67.

Déterminer la longueur l des cordons de soudure sachant que leur contrainte admissible au cisaillement est $R_{pg} = 80$ N/mm².

III. TD : Flexion plane simple

TD1 .Calcul d'une poutre soumise à des efforts concentrés

1. Objectif(s) visé(s) :

- *Etre capable de dimensionner une poutre en flexion*
- *Etre capable de calculer les réactions des appuis*
- *Etre capable de trouver les diagrammes des moment fléchissant et des efforts tranchants*
- *Etre capable de calculer les contraintes et les déformations*

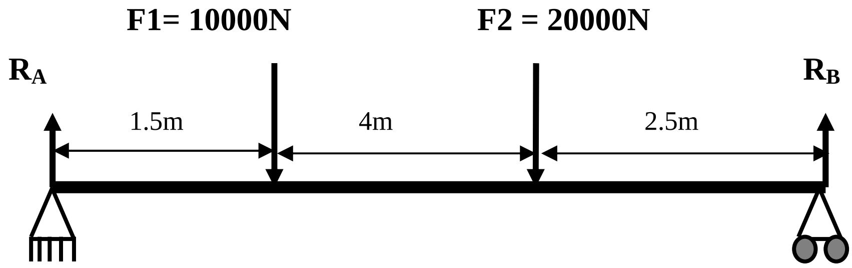
2. Durée du TD:

6 heures

***3. Description du TD** :*

Une poutre de section carré (a = 25mm), reposant sur deux appuis simples en A et en B , est soumise à deux efforts F1 et F2. (voir fig)

1. calculer RA et RB
2. donner le diagramme des efforts tranchants et des moments fléchissants
3. Calculer la contrainte normale maximale.
4. calculer la flèche maximale de la poutre



TD2 .Calcul d'une poutre soumise à des Charges réparties

1. Objectif(s) visé(s) :

- Etre capable de dimensionner une poutre en flexion
- Etre capable de calculer les réactions des appuis
- Etre capable de trouver les diagrammes des moment fléchissant et des efforts tranchants
- Etre capable de calculer les contraintes et les déformations

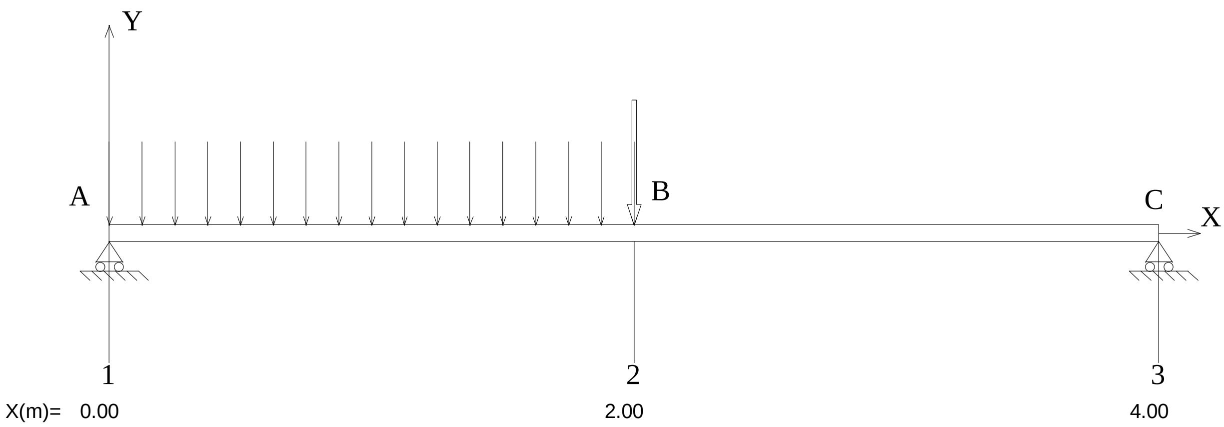
2. Durée du TD:

6 heures

3. Description du TD :

La figure ci-a~rès donne la modélisation d'une poutre (1) reposant sur (2) par l'intermédiaire de deux appuis (liaison linéaire rectiligne). Le plan (A,x,y) est un plan de symétrie pour la poutre et pour les charges.

La poutre a une section rectangulaire de largeur b = 30 mm et de hauteur h = 60 mm.
Elle est en acier E36 pour lequel σ_{emini} = 325 MPa.



On exerce en B une force concentrée modélisable par un glisseur B = 1200 N.
On exerce entre A et B une force répartie de densité de force dF = 800 N/m.

2.1) Exprimer les torseurs des actions mécaniques aux appuis.

2.2) Déterminer le torseur de cohésion le long de la poutre.
Tracer les diagrammes correspondants.

2.3) En déduire la valeur du moment de flexion maximal et la position de la section correspondante.

2.4) Déterminer la contrainte normale maximale.
En déduire le coefficient de sécurité dont on dispose.

IV. TD : la Torsion

Calcul du diamètre d'un arbre de transmission

1. Objectif(s) visé(s) :

- *Etre capable de dimensionner une poutre en torsion*
- *Etre capable de calculer les contraintes et les déformations*

2. Durée du TD:

3 heures

3. Description du TD :

1. Un arbre doit transmettre une puissance P (w) à la vitesse de rotation N(tr/min). la contrainte admissible est Rpg (N/mm²). L'arbre est soumis à la torsion du fait de l'existence des moments moteurs et résistants. On néglige la flexion devant la torsion. Déterminer le diamètre de l'arbre.

Application numérique : $P = 30000$ w , $N = 500$tr/min, $Rpg = 40$N/mm²

Réponse : D > 41.5 mm

2. Même exercice en prenant une condition de déformation sur l'angle unitaire

$\theta max = ¼$ degré/mètre

Réponse : D > 63.5mm

Evaluation de fin de module

Cahier du Stagiaire

Spécialité : TECHNICIEN SPECIALISE EN METHODE DE FABRICATION MECANIQUE

Titre du module : **APPLICATION DES NOTIONS DE RESISTANCE DES MATERIAUX**

EPREUVE THEORIQUE

NOM : ……………………… PRENOM :…………………………. .

EFP :

CODE OU DATE DE NAISSANCE : ……………………………

DATE DE PASSATION :… …………………………….

<u>fiche de verdict</u>

DUREE DE L'EPREUVE : 03 H

SEUIL DE REUSSITE : 60 %

<u>ESPACE RESERVE A L'EXAMINATEUR</u>

RESULTAT :

☐ SUCCES ☐ ECHEC

RESPONSABLE : MR.

SIGNATURE: ....

1. DIRECTIVES ET RENSEIGNEMENTS GÉNÉRAUX

1.1 La durée de l'épreuve est de 03h.
1.1 L'utilisation des notes de cours ou d'autre document est interdite.
1.2 Toute communication et toute forme d'aide entre les stagiaires sont interdites.
1.3 Si vous rencontrez un problème en cours d'épreuve, en aviser immédiatement l'examinateur.
1.4 Remplir le bloc de renseignements sur le cahier du stagiaire.

2. RENSEIGNEMENTS SUR LA NOTATION

2.1 Le stagiaire obtient la totalité des points ou 0 pour chacun des éléments suivants :

VOIR FICHE D'EVALUATION

2.3 Pour réussir l'épreuve, on doit obtenir au moins 60 points.
2.4 En cas d'échec, on doit reprendre les étapes ratées.

3. DEROULEMENT DE L'EPREUVE

Résoudre sur papiers ministres les exercices qui suivent, puis rendre les copies à 'examinateur

4. Evaluation

a. partie 1 :

Question 1 : que signifient les termes suivant ?
- Poutre
- Continuité
- Flambage
- Contrainte

Question 2 : Expliquer le principe de l'essai de traction ?

Question 3 : Donner la loi de Hooke et expliquer les différents paramètres

Partie 2 : Exercice

un réservoir cylindrique, en acier, contenant un gaz ayant une pression P = 11bar.

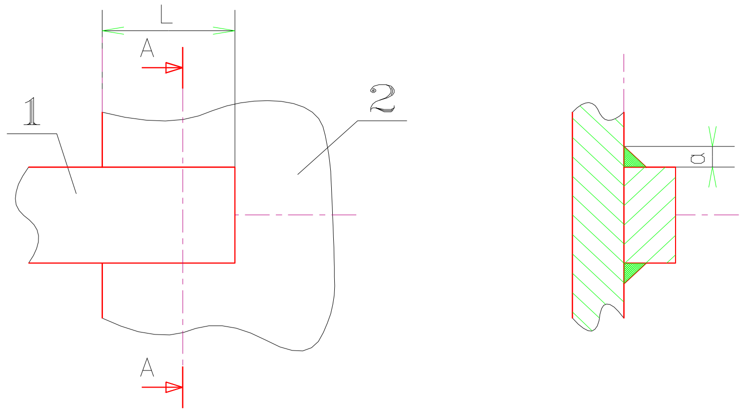
Calculer l'épaisseur du réservoir qui peut supporter cette pression en tenant compte des données suivantes :

Rp = 100MPa, Di = 800mm(diamètre intérieur du réservoir), Patm = 1bar,

Partie 3

Exercice

La barre (1) de section rectangulaire est assemblée au gousset (2) par deux cordons de soudure d'épaisseur a = 3 mm et de longueur L.



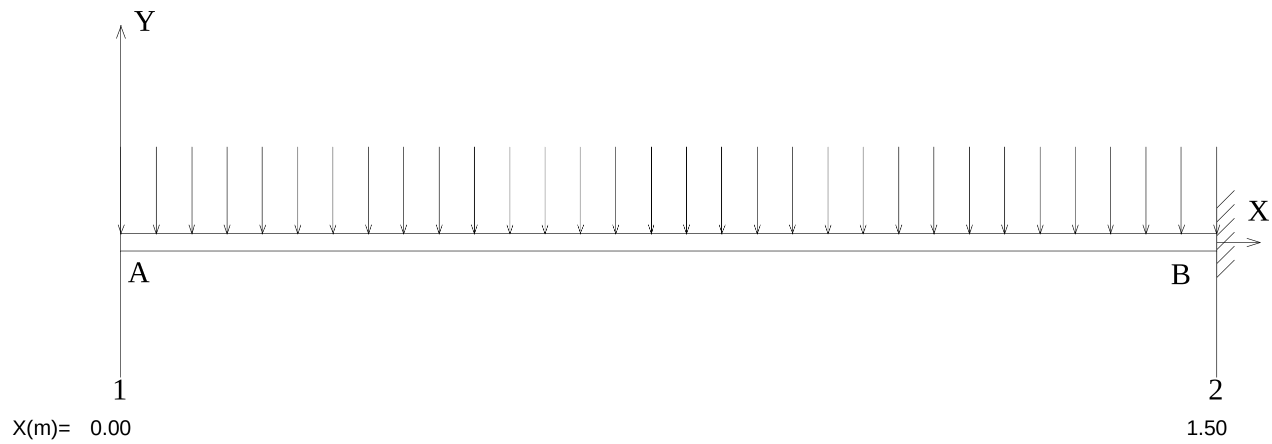
Sur cette barre s'exerce une force horizontale F = $1,5.10^4$ N. Le métal d'apport utilisé pour la soudure a une contrainte pratique au cisaillement τ_p = 200 MPa. On adopte un coefficient de sécurité de 4.

Quelle est la longueur minimale L des cordons de soudure ?

Partie 4 :
Exercice 1

La figure suivante donne la modélisation d'une poutre (1) encastrée à (2) en B.
Le plan (A,x,y) est un plan de symétrie pour la poutre et pour les charges.

La poutre de longueur AB = 1,5 m a une section rectangulaire de largeur b et de hauteur h = 2.b . Elle est en acier E36 pour lequel σ_{emini} = 325 MPa et E = 2.10^5 MPa.



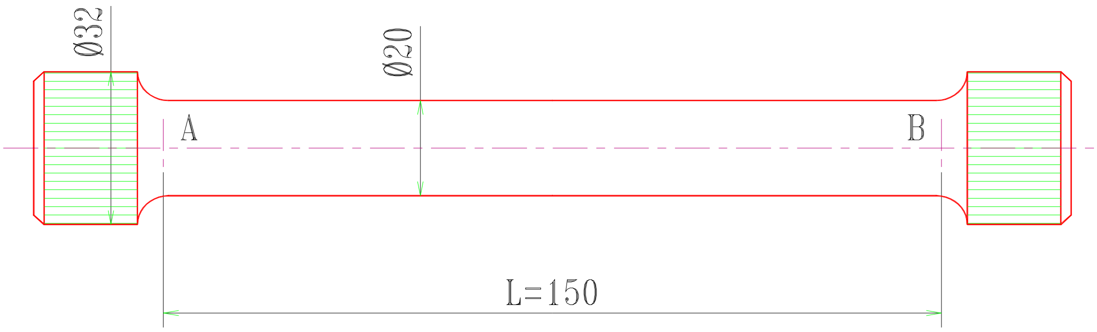
On exerce entre A et B une force répartie de densité de force dF = 800 N/m.
On impose dans la section en B un coefficient de concentration de contrainte de 1,8 et un coefficient de sécurité de 3.

3.1) Déterminer les Rb et Mb.
Tracer les diagrammes correspondants.

3.2) En déduire la valeur du moment de flexion maximal et la position de la section correspondante.

Exercice 2:

La figure ci-dessous représente une barre de torsion de suspension de véhicule.



Cette barre est en acier spécial de caractéristiques : $G = 8.10^4$ MPa et $\tau_p = 500$ MPa..
On adopte un coefficient de sécurité de 2.
La variation de section en A et B provoque une concentration de contrainte. (k = 2).

La condition de déformation impose : $\alpha_{AB} \leq 4°$

4.1) Déterminer de manière littérale le moment de torsion maximal que peut supporter la barre pour vérifier la condition de résistance.

4.2) Déterminer de manière littérale le moment de torsion maximal que peut supporter la barre pour vérifier condition de déformation (rigidité).

4.3) Faire les applications numériques. Conclusion

FICHE D'EVALUATION

Technicien Spécialisé en Méthode de Fabrication Mécanique

09 - dimensionnement des composants et assemblages mécaniques

APPLICATION DES NOTIONS DE RESISTANCE DES MATERIAUX Durée de l'épreuve : 3 heures

Nom du stagiaire :

Etablissement :

RÉSULTAT :	RÉUSSITE ☐	ÉCHEC ☐

Signature de l'examinateur :

OBSERVATION	OUI	NON	RÉSULTAT
Partie I : Définir et calculer les contraintes simples dans une poutre isostatique soumise à des efforts coplanaires et dans l'espace			
1. interprétation correct des hypothèses de RDM	☐	☐	0 ou 5
2. maîtrises du vocabulaire utilisé en RDM	☐	☐	0 ou 5
3. choix de la méthode de travail			
3.1 A listé les inconnus	☐	☐	0 ou 4
3.2 A recherché l'information	☐	☐	0 ou 4
3.3 A réalisé une cotation propre et claire	☐	☐	0 ou 4
3.4 A calculer les différents inconnus	☐	☐	0 ou 8
Partie II : Dimensionner en statique des composants mécaniques en tenant compte de la pression du contact			
4. analyse de problème			
4.1 A listé les inconnus	☐	☐	0 ou 2
4.2 A recherché l'information	☐	☐	0 ou 2
4.3 A réalisé une cotation propre et claire	☐	☐	0 ou 2
4.4 A calculer les différents inconnus	☐	☐	0 ou 4
5. dimensionnement correcte, argumenté et justification des formules			
5.1 A commenté et expliqué le déroulement de résolution du problème	☐	☐	0 ou 5
5.2 A utilisé correctement les formules	☐	☐	0 ou 5
Partie III : Calculer et vérifier des éléments d'assemblage			
6. choix de la méthode et des formules de calculs et exactitude et précision des calculs			
6.1 A listé les inconnus	☐	☐	0 ou 4
6.2 A recherché l'information	☐	☐	0 ou 4
6.3 A réalisé une cotation propre et claire	☐	☐	0 ou 4
6.4 A calculer les différents inconnus	☐	☐	0 ou 8
Partie VI : Dimensionner et vérifier un composant métallique en tenant compte des déformations			
7. analyse de problème	☐	☐	0 ou 14
8. exactitude des calculs	☐	☐	0 ou 8
9. méthode de travail	☐	☐	0 ou 8
		TOTAL :	/ 100
Seuil de réussite : 60 %			

Liste des références bibliographiques.

Ouvrage	Auteur	Edition
Cours de Mécanique	G.BUHOT/P.THILIER	MASSON 1986
Mécanique Classique	P.AGAFI/N.MATTERA	DURRANDE1987

NB : Outre les ouvrages, la liste peut comporter toutes autres ressources jugées utiles (Sites Internet, Catalogues constructeurs, Cassettes, CD,…)