

Énergies
Examen de contrôle continu n°3
Correction

Enseignant : E. Laroche

1 Redresseur monophasé à diodes

On notera $V = 230$ V, $f = 50$ Hz et $\omega = 2\pi f$ la pulsation.

1.1 Questions générales

1. Voir figure 1.
2. Il s'agit d'une sinusoïde d'amplitude $V\sqrt{2} = 325$ V. Sa période est $T = 1/f = 20$ ms.
3. Les inductances lissent le courant qui les traversent alors que le condensateur lisse la tension à ses bornes. Ainsi, les inductances L_1 et L_2 ont comme effet de lisser les courants en amont et en aval du redresseur alors que le condensateur C a comme effet de lisser la tension délivrée à la charge.
4. En conduction continue, le redresseur fournit du courant à chaque instant ($i_2(t) > 0 \forall t$). En conduction discontinue, il y a des instants où le redresseur ne conduit pas ($\exists t \setminus i_2(t) = 0$).
5. On a toujours $i_2(t) \geq 0$.
6. Il s'agit d'un interrupteur unidirectionnel en tension et en courant. En notant en convention récepteur v_D et i_D respectivement la tension et le courant, on a toujours $i_D \geq 0$ et $v_D \leq 0$. Les commutations se font de manière naturelle (pas de commande). La mise en conduction (fermeture) intervient lorsque la tension a tendance à devenir positive. L'extinction (ouverture) intervient lorsque le courant a tendance à devenir négatif.
7. Un bon facteur de puissance est un facteur de puissance proche de un (entre 0,9 et 1). Une dégradation du facteur de puissance est synonyme d'une augmentation de la valeur efficace du courant, ce qui signifie plus de pertes en lignes et un sur-dimensionnement de l'installation (section des câbles, matériel de protection...)

1.2 Étude en conduction continue

1. La première topologie correspond à la conduction de D1 et D4, ce qui arrive quand $v_1(t) \geq 0$. La seconde topologie correspond à la conduction de D2 et D3 et arrive quand $v_1(t) \leq 0$.

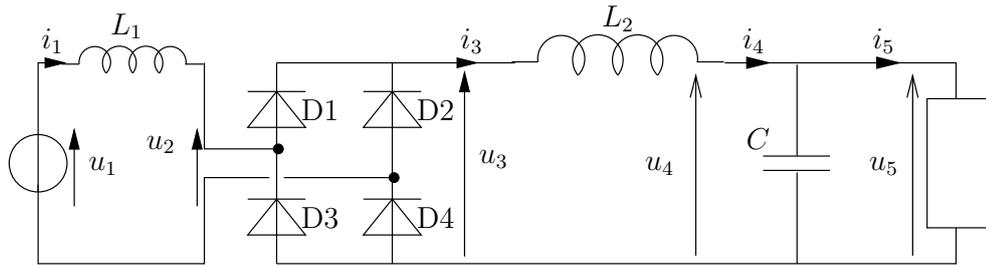


FIG. 1 – Pont redresseur monophasé avec filtre LC en aval et inductance en amont

2. En définissant la fonction signe, on peut écrire $v_2 = |v_1|$ et $i_1 = \text{signe}(v_1) i_2$. Il s'agit d'un modèle statique non-linéaire qui peut être implémenté sous Simulink sous la forme d'une *Matlab function* ou encore d'une *Embedded Matlab function*. Une implantation sous forme de schéma-bloc est également possible.
3. Voir figure 2.
4. On peut calculer l'amplitude du fondamental du courant, ce qui donne $4I_c/\pi$. Sa valeur efficace est donc $I_1 = 2\sqrt{2}I_c/\pi = 9,0$ A. La valeur efficace est $I = I_c$. On obtient alors $T_h = \sqrt{I^2 - I_1^2}/I = \sqrt{1 - 9/\pi^2} = 0,29$.
5. Il n'y a pas de déphasage ; on a donc $P = VI_1 = 207$ W.
6. $F_p = P/S$ avec $S = VI_1$, d'où $F_p = 2\sqrt{2}/\pi = 0,90$.

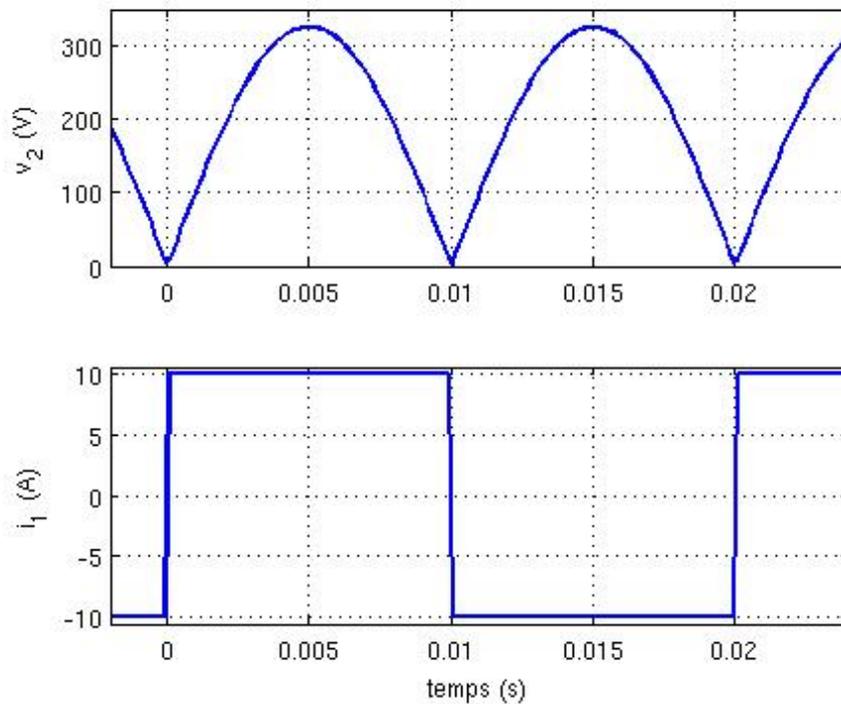


FIG. 2 – Tension aval et courant amont en conduction continue sans empiètement

1.3 Étude de l'empiètement

1. La loi des nœud coté amont donne $i_1 = i_{D1} - i_{D3} = i_{D4} - i_{D2}$. Coté aval, cela donne $i_{D1} + i_{D2} = i_{D3} + i_{D4} = I_c$. En tenant compte des symétries, on peut écrire $i_{D1} - i_{D2} = i_1$, ce qui permet de calculer $i_{D1} = i_{D4} = (I_c + i_1)/2$ et $i_{D2} = i_{D3} = (I_c - i_1)/2$.
2. Avant $t = 0$, on a $v_1(t) < 0$, c'est donc D2 et D3 qui conduisent.
3. Quand D2 et D3 conduisent, la tension aux bornes de D1 et D4 est égale à $v_1(t)$. A $t = 0$, cette tension devient positive, entraînant la mise en conduction de D1 et D4.
4. On a $v_1(t) + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} = 0$.
5. On a $i_1(t) = i_1(0) - \frac{1}{L_1} \int_0^t v_1(\tau) d\tau$. De plus, la condition initiale est $i_1(0) = -I_c$ et la tension est positive à partir de $t = 0$. Donc le courant croît à partir de $-I_c$. Une intégration donne $i_1(t) = -I_c + \frac{V_m}{L_1\omega}(1 - \cos(\omega t))$.
6. Comme $i_1(t)$ croît, le courant dans D2 et D3 décroît jusqu'à devenir négatif, entraînant alors l'ouverture de ces deux diodes.
7. Voir figure 3. On observe que le courant varie de manière continue, ce qui n'était pas le cas sur la figure 2.

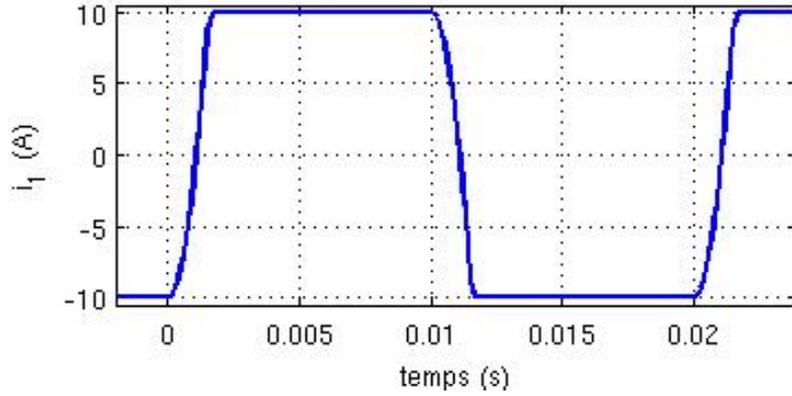


FIG. 3 – Courant $i_1(t)$ en présence d'empiètement

2 Modèle de Park de la machine synchrone

La transformation de Park est la combinaison de la transformée de Concordia permettant de passer d'une machine triphasée à une machine diphasée et d'un changement de repère. Dans le repère lié au rotor, les équations des flux s'écrivent :

$$\phi_d = L_s i_d + \phi_f \quad (1)$$

$$\phi_q = L_s i_q \quad (2)$$

Les équations des tensions s'écrivent :

$$v_d = R_s i_d - p\Omega i_q + \frac{d\phi_d}{dt} \quad (3)$$

$$v_q = R_s i_q + p\Omega i_d + \frac{d\phi_q}{dt} \quad (4)$$

Le couple s'écrit :

$$C = \frac{3}{2}p\phi_f i_q \quad (5)$$

Dans ces équations, p est le nombre de paires de pôles ; Ω est la vitesse de rotation du rotor ; ϕ_f est le flux du rotor supposé constant. On considère le système ayant comme entrées les tensions v_d et v_q ainsi que la vitesse Ω et comme sorties les courants i_d et i_q et le couple C .

1. Le flux peut être produit par des aimants ou par un bobinage (on parle de rotor bobiné).
2. Voir figure 4.
3. On peut prendre les courants ou les flux comme variables d'état. En prenant les courants, on obtient l'équation en remplaçant les flux par leurs expressions en fonction des courants dans les équations dynamiques, ce qui donne :

$$v_d = R_s i_d - p\Omega i_q + L_s \frac{di_d}{dt} \quad (6)$$

$$v_q = R_s i_q + p\Omega i_d + L_s \frac{di_q}{dt} \quad (7)$$

Les équations d'état s'écrivent alors :

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_s}(v_d - R_s i_d + p\Omega i_q) \quad (8)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_s}(v_q - R_s i_q - p\Omega i_d) \quad (9)$$

Ou encore en notant $x = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$ et $u = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix}$:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{L_s}(u - R_s x + p\Omega Jx) \quad (10)$$

où $J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$. L'équation de sortie est $y = \begin{bmatrix} x \\ C \end{bmatrix}$ ce qui s'écrit aussi $y = \mathbf{C}x$ avec $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_2 & \\ \frac{3}{2}p\phi_f & [0 \ 1] \end{bmatrix}$ où \mathbb{I}_2 est la matrice identité d'ordre 2.

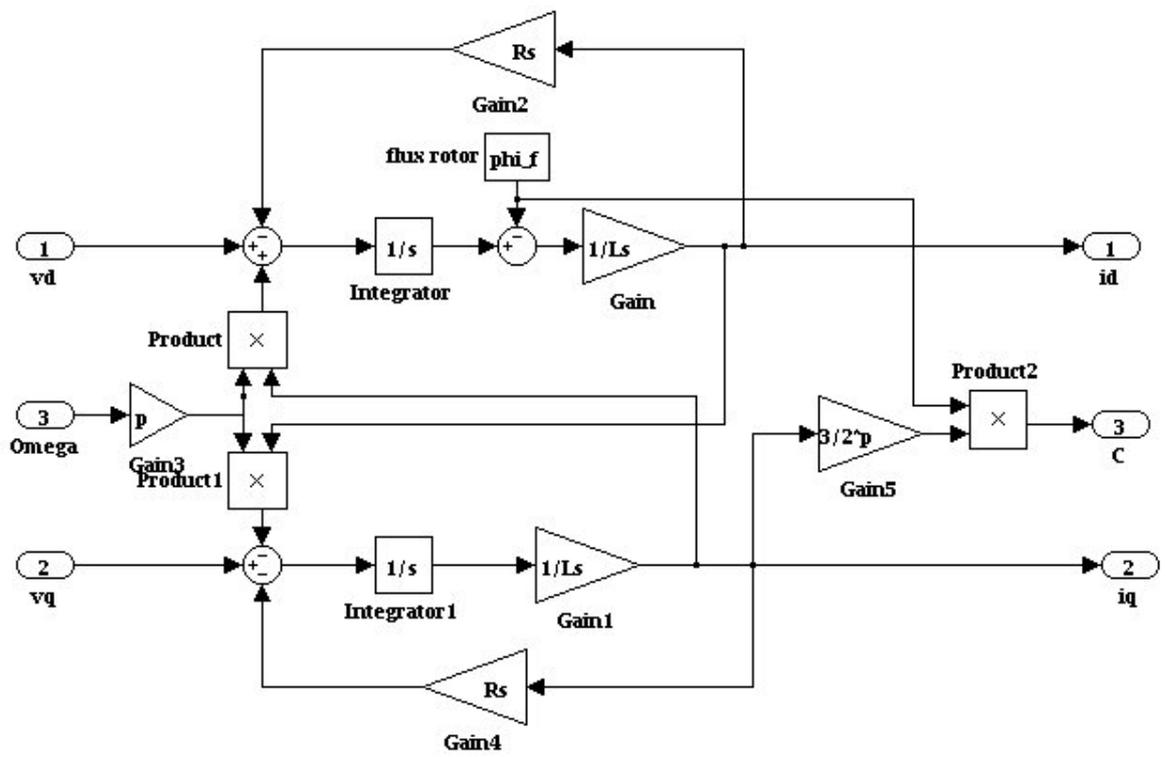


FIG. 4 – Schéma-bloc du modèle dq de la machine synchrone