UdS - UFR Physique et Ingénierie - Master SPI - Spécialité Mécatronique
10 mars 2010

Énergies
Examen de contrôle continu n°1
Correction

Enseignant : E. Laroche

Filtre LC

1. Modélisation

1. La loi des mailles donne $u_1(t) = R\,i_1(t) + L\,\frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + u_2(t)$. La loi des nœuds donne $i_1(t) = i_2(t) + C\frac{\mathrm{d}u_2(t)}{\mathrm{d}t}$.
2. Le courant dans l'inductance $i_1(t)$ et la tension aux bornes du condensateur $u_2(t)$.
3. Voir figure 1.

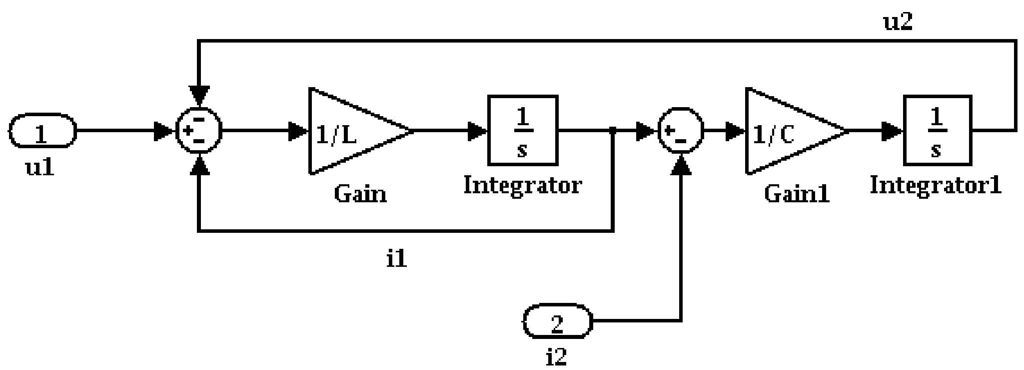

FIG. 1 – Modèle du filtre sous forme de schéma-bloc

2. Étude du régime permanent sinusoïdal en charge

1. Vis à vis de la source, l'impédance équivalente s'écrit $\underline{Z}_1 = R + jL\omega + \underline{Z}_2$ où $\underline{Z}_2 = 1/(1/R_c + jC\omega)$ est l'impédance équivalente à l'association en

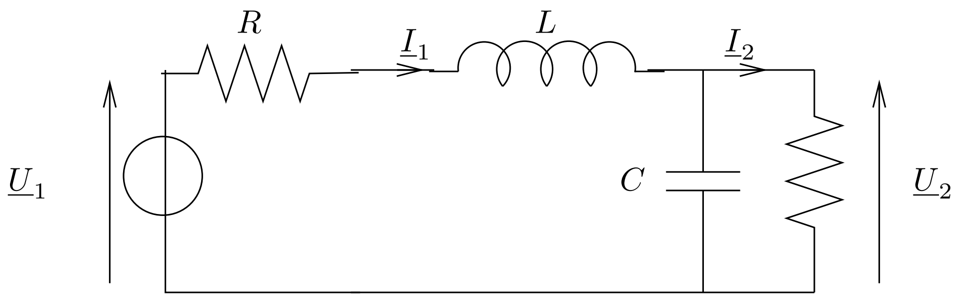

FIG. 2 – Circuit RLC chargé

parallèle du condensateur et de R_c. On a alors $I_1 = U/Z_1$ avec $\underline{Z}_1 = \frac{R+R_c-\omega^2 R_c LC+j\omega(L+RR_cC)}{1+j\omega R_c C}$ et $Z_1 = |\underline{Z}_1| = \sqrt{\frac{(R+R_c-\omega^2 R_c LC)^2+\omega^2(L+RR_cC)^2}{1+(\omega R_c C)^2}}$. On obtient $I_1 = 248$ A.

2. La tension aux bornes de la charge peut-être déterminée par un diviseur de tension : $\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}U$, d'où $\underline{U}_2 = \frac{R_c U}{R+R_c-\omega^2 R_c LC+j\omega(L+RR_cC)}$. On obtient $U_2 = \frac{R_c U}{\sqrt{(R+R_c-\omega^2 R_c LC)^2+\omega^2(L+RR_cC)^2}} = 210$ V.
3. On a $P_2 = (U_2)^2/R_c = \frac{R_c U^2}{(R+R_c-\omega^2 R_c LC)^2+\omega^2(L+RR_cC)^2} = 44,1$ kW.
4. On a $P_1 = \mathrm{Re}(\underline{U}_1\,\underline{I}_1^*) = \mathrm{Re}(\underline{U}_1\,\underline{U}_1^*/\underline{Z}_1^*) = U^2\,\mathrm{Re}(1/\underline{Z}_1^*)$. On calcule $1/\underline{Z}_1 = \frac{1+j\omega R_c C}{R+R_c-\omega^2 R_c LC+j\omega(L+RR_cC)} = \frac{(1+j\omega R_c C)(R+R_c-\omega^2 R_c LC-j\omega(L+RR_cC))}{(R+R_c)^2+\omega^2(L+RR_cC)^2}$, d'où $P_2 = U^2\frac{R+R_c+\omega^2 RR_c^2C^2}{(R+R_c-\omega^2 R_c LC)^2+\omega^2(L+RR_cC)^2} = 56,4$ kW.
5. $F_p = \mathrm{Re}(\underline{Z}_1)/Z_1 = \frac{R+R_c+\omega^2 RR_c^2C^2}{\sqrt{(1+\omega^2R_c^2C^2)((R+R_c-\omega^2 R_c LC)^2+\omega^2(L+RR_cC)^2)}} = 0,989$.