Énergies
Examen de contrôle continu n°2
Correction

Enseignant : E. Laroche
Durée : 1,5 heure
Documents interdits ; calculatrices autorisées

Onduleur triphasé à modulation plein onde

Étude de la tension

On note $E = 300$ V la tension d'alimentation.

1. Notons V la valeur efficace de la tension simple. On a $V = \sqrt{\langle v_a^2(t) \rangle}$.
Comme $v_a^2(t)$ est périodique de période $T/2$, on peut calculer :

$$\langle v_a^2(t) \rangle = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} v_a^2(t) dt \quad (1)$$

$$= \frac{2}{T} \left(\frac{T}{3} \left(\frac{E}{3} \right)^2 + \frac{T}{6} \left(\frac{2E}{3} \right)^2 \right) \quad (2)$$

$$= \frac{2}{9} E^2 \quad (3)$$

d'où :

$$V = \frac{\sqrt{2}}{3} E \quad (4)$$

$$= 141 \text{ V} \quad (5)$$

2. La valeur moyenne est nulle ; on a donc $a_0 = 0$. Le signal v_a est impair, les termes en cosinus sont donc nuls ($a_k = 0 \forall k$). Il y a une symétrie de glissement, donc les termes de rang pair sont nuls ($a_{2k'} = 0 \forall k' \in \mathbb{N}$). De plus, comme on est en régime triphasé équilibré sans homopolaire ($v_a(t) + v_b(t) + v_c(t) = 0 \forall t$), les harmoniques de rang 3 et multiple de 3 sont nuls.

3. Les termes non-nuls sont les b_k pour k impair. Du fait des symétries, on peut les calculer sur un quart de période :

$$b_k = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} v_a(t) \sin(k\omega t) dt \quad (6)$$

$$= \frac{8}{T} \left(\int_0^{T/6} \frac{E}{3} \sin(k\omega t) dt + \int_{T/6}^{T/4} \frac{2E}{3} \sin(k\omega t) dt \right) \quad (7)$$

$$= \frac{8E}{3T} \left(\left[\frac{-\cos(k\omega t)}{k\omega} \right]_0^{T/6} + 2 \left[\frac{-\cos(k\omega t)}{k\omega} \right]_{T/6}^{T/4} \right) \quad (8)$$

$$= \frac{8E}{3kT\omega} (\cos(0) + \cos(k\pi/3) - 2 \cos(k\pi/2)) \quad (9)$$

or k étant impair, on a $\cos(k\pi/2) = 0$. Il faut encore diviser par $\sqrt{2}$ pour obtenir la valeur efficace. On a donc finalement :

$$V_k = \frac{2\sqrt{2}E}{3k\pi} (1 + \cos(k\pi/3)) \quad (10)$$

4. On rappelle que les rang pair sont nuls ; les rangs impairs sont calculé avec la formule ci-dessus. On vérifie bien que les rang multiples de 3 sont nuls.

k	1	3	5	7	9	11
V_k (V)	135	0	27,0	19,3	0	12,3

5. On a :

$$T_{HV} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} V_k^2}}{V} \quad (11)$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_1}\right)^2} \quad (12)$$

avec $V_1 = \frac{2\sqrt{2}E}{3\pi} (1 + \cos(\pi/3)) = \frac{\sqrt{2}E}{\pi}$, d'où :

$$T_{HV} = \sqrt{1 - \frac{9}{\pi^2}} \quad (13)$$

$$= 30,7 \% \quad (14)$$

Étude du courant

6. On détermine la valeur efficace I du courant traversant une charge RL série et qui vérifie $P = \sqrt{3}UIF_p$, ce qui donne $I = P/(\sqrt{3}UF_p) =$

3,61 A (U est la tension entre deux phases¹). Ensuite, un bilan de puissance donne $P = 3RI^2$ (chacune des trois résistances est traversée par le courant I), ce qui donne $R = P/(3I^2) = 51,2 \Omega$. La puissance réactive est $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$ où $S = \sqrt{3}UI$. On obtient $Q = 1,5 \text{ kvar}$. Un bilan d'énergie réactive donne $Q = 3L\omega I$ (chaque inductance est traversée par le courant I), d'où $L = Q/(3I^2\omega) = 122 \text{ mH}$.

7. Pour un harmonique de rang k à la pulsation $k\omega$, l'impédance est $Z_k = R + jk\omega L$.
8. Le courant harmonique de rang k est $I_k = V_k/Z_k$. En valeur efficace, on obtient $I_k = V_k/Z_k$ où $Z_k = \sqrt{R^2 + (kL\omega)^2}$, ce qui donne :

k	1	3	5	7	9	11
I_k (A)	2,11	0	0,136	0,0705	0	0,0289

9. On approche le taux d'harmoniques à partir des valeurs numériques des onze premiers harmoniques :

$$T_{HI} = \sqrt{\frac{\sum_{k=2}^{11} I_k^2}{\sum_{k=1}^{11} I_k^2}} \quad (15)$$

$$= 7,4 \% \quad (16)$$

On observe que le taux d'hamoniques du courant est bien inférieur au taux d'harmoniques de la tension.

¹Particulièrement dans cette question, attention de ne pas écrire des formules sans réfléchir aux grandeurs physiques intervenant. Par exemple, on ne peut évidemment pas écrire $U = RI$ puisque U n'est pas la tension aux bornes de la résistance. N'hésitez pas à vous appuyer sur un schéma et à introduire les grandeurs pertinentes, pour vous assurez que toutes les formules que vous écrivez sont bien correctes.