Énergie

Examen de contrôle continu n°1

Correction

Enseignant : E. Laroche

1 Charge triphasée équilibrée harmonique

1. La tension est sinusoïdale, le rapport entre l'amplitude et la valeur efficace est donc de racine de deux, soit : $V = V_m/\sqrt{2} = 226$ V. Attention, cette formule n'est valable que pour une forme d'onde sinusoïdale.
2. La valeur efficace du courant se calcule comme étant la racine de la moyenne du carré du courant. On obtient $I = \sqrt{2/3}I_m = 0,817$ A.
3. La puissance apparente est $S = 3VI = 554$ VA (V est la tension simple dans le cas présent).
4. Le courant est impair, donc sa décomposition ne contient que des sinus. De plus, le signal respecte la symétrie de glissement (pour un signal impair : symétrie axiale par rapport à $t = T/4$), donc les harmoniques de rang pairs sont nuls. Enfin, comme il s'agit d'une charge triphasée équilibrée, les rangs multiples de trois sont nuls. Les rangs non nuls seront donc : 1, 5, 7, 11, 13...
5. Compte-tenu des symétries impaire et de glissement, les termes impairs peuvent se calculer sur l'intervalle $[0; T/4]$ en adaptant la formule donnée en annexe :

$$b_k = \frac{8}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} i(t) \sin(k\omega t) dt \quad (1)$$

$$= \frac{8}{T} \int_{\frac{T}{12}}^{\frac{T}{4}} I_m \sin(k\omega t) dt \quad (2)$$

$$= \frac{8I_m}{T} \left[\frac{-\cos(k\omega t)}{k\omega} \right]_{\frac{T}{12}}^{\frac{T}{4}} \quad (3)$$

$$= \frac{8I_m}{k\omega T} \left(-\cos\left(k\frac{\omega T}{4}\right) + \cos\left(k\frac{\omega T}{12}\right) \right) \quad (4)$$

$$= \frac{4I_m}{k\pi} \left(-\cos\left(k\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(k\frac{\pi}{6}\right) \right) \quad (5)$$

$$= \frac{4I_m}{k\pi} \cos\left(k\frac{\pi}{6}\right) \quad (6)$$

$$(7)$$

On vérifie bien que $b_3 = 0$.

6. L'amplitude du fondamental est égale à $b_1 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}I_m = 1,10$ A. Sa valeur efficace est $I_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi}I_m = 0,780$ A

7. Le taux d'harmoniques est $T_h = I_h/I$ où I_h est la valeur efficace des harmoniques et I est la valeur efficace du signal total. Par la conservation de l'énergie du signal, on a $I_h^2 = I^2 - I_1^2$. En reprenant les expressions des I et de I_1 calculées précédemment, on obtient $T_h = \sqrt{1 - 9/\pi^2} = 0,297$.
8. La puissance moyenne absorbée par une phase est égale à la moyenne de la puissance instantanée. En régime sinusoïdal de tension et en présence d'harmoniques de courant, la puissance, pour la phase a est $P_a = VI_1 \cos \phi_1$. Dans le cas présent, le déphasage ϕ_1 entre la tension et le fondamental du courant est nul, d'où $P_a = VI_1 = 176 \text{ W}$. La puissance totale est la somme des puissances des trois phases, soit en régime équilibré $P = 3 P_a = 529 \text{ W}$.
9. $F_p = P/S = \frac{3VI_1}{3VI} = \frac{I_1}{I} = \frac{3}{\pi} = 0,955$.
10. Puisqu'il n'y a pas de déphasage entre le fondamental du courant et la tension on a $Q = 0$.
11. En régime sinusoïdal de tension et en présence d'harmoniques de courant, on peut utiliser la formule $S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, ce qui donne $D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{S^2 - F_p^2 S^2} = 3VI \sqrt{1 - F_p^2} = \sqrt{6 \left(1 - \left(\frac{3}{\pi}\right)^2\right)} VI = 165 \text{ VA}$.