OFPPT

ROYAUME DU MAROC

مكتب التكوين المهني وإنعاش الشغل

Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail
Direction Recherche et Ingénierie de Formation

RESUME THEORIQUE
&
GUIDE DE TRAVAUX PRATIQUES

MODULE N° 11: ECOULEMENT DES FLUIDES

SECTEUR : FROID ET GENIE THERMIQUE

SPECIALIE : THERMIQUE INDUSTRIELLE

NIVEAU : TSTI/TSGC

JUIllet : 2003

ISTA.ma
Un portail au service
de la formation professionnelle

Le Portail http://www.ista.ma

Que vous soyez étudiants, stagiaires, professionnels de terrain, formateurs, ou que vous soyez tout simplement intéressé(e) par les questions relatives aux formations professionnelle, aux métiers, **http://www.ista.ma** vous propose un contenu mis à jour en permanence et richement illustré avec un suivi quotidien de l'actualité, et une variété de ressources documentaires, de supports de formation ,et de documents en ligne (supports de cours, mémoires, exposés, rapports de stage …) .

Le site propose aussi une multitude de conseils et des renseignements très utiles sur tout ce qui concerne la recherche d'un emploi ou d'un stage : offres d'emploi, offres de stage, comment rédiger sa lettre de motivation, comment faire son CV, comment se préparer à l'entretien d'embauche, etc.

Les forums **http://forum.ista.ma** sont mis à votre disposition, pour faire part de vos expériences, réagir à l'actualité, poser des questionnements, susciter des réponses.N'hésitez pas à interagir avec tout ceci et à apporter votre pierre à l'édifice.

Notre Concept

Le portail **http://www.ista.ma** est basé sur un concept de gratuité intégrale du contenu & un modèle collaboratif qui favorise la culture d'échange et le sens du partage entre les membres de la communauté ista.

Notre Mission

Diffusion du savoir & capitalisation des expériences.

Notre Devise

Partageons notre savoir

Notre Ambition

Devenir la plate-forme leader dans le domaine de la Formation Professionnelle.

Notre Défi

Convaincre de plus en plus de personnes pour rejoindre notre communauté et accepter de partager leur savoir avec les autres membres.

Web Project Manager

- Badr FERRASSI : http://www.ferrassi.com

- contactez : admin@ista.ma

REMERCIEMENTS

La DRIF remercie les personnes qui ont participé ou permis l'élaboration de ce Module de formation.

Pour la supervision :
GHRAIRI RACHID : Chef de projet du Secteur Froid et Génie Thermique

BOUJNANE MOHAMED : Coordonnateur de C D C du Secteur Froid et Génie Thermique

Pour l'élaboration :

Madame NASSIM Fatiha ISGTF DRGC

Pour la validation :

- ***Mme MARFOUK Aziza : Formatrice à l'ISGTF***
- ***Mme BENJELLOUNE Ilham : Formatrice à l'ISGTF***
- ***MR :M'Hamed EL KHATTABI : Formateur à l'ISGTF***
- ***MR NASSIM Fatiha : Formatrice à l'ISGTF***
-

Les utilisateurs de ce document sont invités à communiquer à la DRIF toutes les remarques et suggestions afin de les prendre en considération pour l'enrichissement et l'amélioration de ce programme.

Monsieur Said SLAOUI
DRIF

Sommaire | Page

Présentation du module

- *le module de l'écoulement des fluides représente le 7ème module du programme d'étude de la thermique industrielle.*
- *Les objectifs visés par l'étude de ce module sont :*
  - *la connaissance des propriétés d'un fluide.*
  - *La description de l'état des fluides au repos.*
  - *La description de l'état des fluides en écoulement*
  - *La définition des pertes de charges.*
  - *La connaissance des différentes machines hydrauliques.*
- *le module est de 90 heures : la partie théorique occupe 50 heures, les travaux dirigés : 40 heures.*
- *Le contenu du module permet une progression suffisamment lente pour que toute difficulté puisse être surmontée.*

MODULE 7 : ECOULEMENT DES FLUIDES

Durée : 90 heures

OBJECTIF OPERATIONNEL DE PREMIER NIVEAU
DE COMPORTEMENT

Comportement attendu

Pour démontrer sa compétence, le stagiaire doit :
Comprendre le fonctionnement des machines industrielles :
Pompes, turbines hydrauliques , ventilateurs, *selon les conditions, les critères et les précisions qui suivent :*

Conditions d'évaluation :

- *A partir des consignes données par le formateur.*
- *A l'aide de la documentation technique donnée par le formateur.*
- *A partir de mises en situation.*

Critères généraux de performance.

- *Connaissance correcte des différentes lois de la mécanique des fluides.*
- *Etablissement exact du diagnostic des machines hydrauliques.*

précisions sur le comportement attendu	***Critères particuliers de performance***
A- Connaître les propriétés d'un fluide	*- Définition correcte d'un fluide.* *- Définition exacte des forces exercées sur un fluide.*
B- Décrire l'état des fluides au repos	*- Connaissance exacte de la loi fondamentale de la statique.*
C- Décrire l'état des fluides en écoulement	*- Connaissance exacte de la loi de Bernoulli* *- Connaissance exacte de la loi de Bernoulli généralisée*
D- Définir les pertes de charges charges	*-Définition correcte des pertes de* *- Connaissance correcte de l'utilisation des abaques des pertes de charge.*
E- Connaître les différentes machines hydrauliques	*- Connaissance correcte des aractéristiques d'une pompe.* *- Connaissance correcte des caractéristiques d'un ventilateur.*

.

Champs d'application de la Compétence :

Domaines utilisant des fluides

OBJECTIFS OPERATIONNELS DE SECOND NIVEAU

LE STAGIAIRE DOIT MAITRISER LES SAVOIRS, SAVOIR-FAIRE , SAVOIR PERCEVOIR OU SAVOIR ÊTRE JUGES PREALABLES AUX APPRENTISSAGES DIRECTEMENT REQUIS POUR L'ATTEINTE DE L'OBJECTIF DE PREMIER NIVEAU TELS QUE :

***** <u>Avant d'apprendre à connaître les propriétés d'un fluide (A) :</u>***

***** <u>Avant d'apprendre à décrire l'état des fluides au repos (B) :</u>***

1- Décrire l'état d'équilibre d'un corps.

***** <u>Avant d'apprendre à décrire l'état des fluide en écoulement (C) :</u>***

2-Définir une trajectoire.
3-Etablir le théorème de l'énergie cinétique.

** <u>**Avant d'apprendre à définir les pertes de charges (D) :**</u>*

4-Connaître les différents régimes d'écoulement .

***** <u>Avant d'apprendre à connaître les différentes machine hydrauliques (E) :</u>***

5- Définir le rôle d'une pompe.
6- Définir les caractéristiques d'une pompe.
7- Définir les caractéristiques d'un ventilateur.

MODULE N°-7 : ECOULEMENT DES FLUIDES
RESUME THEORIQUE

Objectif I : CONNAITRE LES PROPRIETES D'UN FLUIDE

I.1 DEFINITION D'UN FLUIDE :

Un fluide est un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité, qui peut s'écouler c.-à-d. subir de grandes variations de forme sous l'action de faibles forces.
Parmi les fluides on distingue les liquides et les gaz.

I.2.LIQUIDES ET GAZ :

Les propriétés physiques les plus importantes au point de vue mécanique sont : l'isotropie, la mobilité, la viscosité, la compressibilité.
Les fluides que nous étudierons seront isotropes, c.-à-d. que leurs propriétés seront identiques dans toutes les directions de l'espace.
Ils seront mobiles, c.-à-d. qu'ils n'auront pas de forme propre ; ils occupent la forme du récipient qui les contient.
Mais la déformation peut s'accompagner ou non d'une résistance : dans le premier cas le fluide est visqueux ou (fluide réel) et parfait dans le second.
La compressibilité permet de distinguer les liquides des gaz.

- *Un liquide est un fluide occupant un volume déterminé, ou du moins ce volume ne peut varier que très peu , et seulement sous l'action de fortes variations de pression ou de température .*

En général pour un liquide, le principe de conservation de la masse se ramène à celui de la conservation du volume.
Donc liquide incompressible V(m^3/Kg) et $\rho = 1/V$; sont constants .

- *Un gaz au contraire occupe toujours le volume maximal qui lui est offert : c'est un compressible (ou expansible)*

I.3.FORCES DE VOLUME. FORCES DE SURFACE :

Pour traiter un problème de mécanique des fluides, on isole par la pensée toutes les particules qui se trouvent à un instant donné à l'intérieur d'une surface fermée S .

Et on applique les principes généraux de mécanique et de thermodynamique à cette masse fluide . par ailleurs, on peut classer les forces qui agissent sur les particules situées à l'intérieur de S en deux catégories suivantes :

- Forces intérieures :
Les particules intérieures à S exercent les unes sur les autres des forces intérieures (forces moléculaires) égales et apposées deux à deux (principe de l'égalité de l'action et de la réaction) et qui forment par conséquent un système équivalent à zéro.

<u>- Forces extérieures :</u>

1) *Les particules extérieures à S exercent sur les particules intérieures à S des forces extérieures (Forces moléculaires). Comme cette action sont limitées aux particules très voisines de S, on suppose qu'elles s'exercent uniquement sur les particules de les sur face S et on les on les appelles forces de surface (elles sont proportionnelles aux élément de surface).*
2) *Les champs de force (de pesanteur, magnétique, électrique, etc.…) exercent sur les particules intérieures à S des actions à distance qui sont proportionnelles aux éléments de volume.*

Ce sont les forces de volume (on va considérer seules les forces de pesanteur).

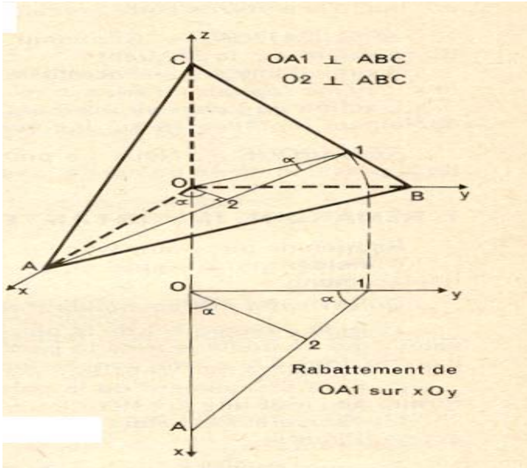
Objectif II : STATIQUE DES FLUIDES
PRESSION EN UN POINT DU FLUIDE.

II.1. PRESSION EN UN POINT DU FLUIDE :

Le fluide est au repos, en équilibre, et en un point de ce milieu continu nous isolons un tétraèdre infiniment petit .

- *longueur des arrête :Δx, Δy, Δz*
- *volume du tétraèdre :*

$1/6.\Delta x.\Delta y.\Delta z = 1/2.\ \Delta x.\Delta y\ .1/3\ \Delta z$.



Sur chacune des faces ne peut exister qu'une force normale à la face est dirigée vers la face (effort normal de compression).
Les forces de frottement négligeables : fluide parfait.
<u>Equilibre du tétraèdre :</u>
Si Px est la pression normale s'exerçant sur la face OBC.de surface $Sx = (\Delta y.\Delta z).1/2$
La force de pression est : Px.Sx
Sur la face OAC : Py.Sy
// // OAB : Pz.Sz
// // ABC : P.S

L'équation de projection sur ox s'écrit :
Px.Sx -projection de P.S = 0
Soit α l'angle que fait la force P.S avec ox
C'est aussi l'angle qui fait la face ABC avec le plan yoz perpendiculaire à ox.
Donc : Px.Sx – PS cos α= 0
Sx = S.cosα
Nous obtenons Px.S.cos α - PS cos α = 0

$$\boxed{P=Px}$$

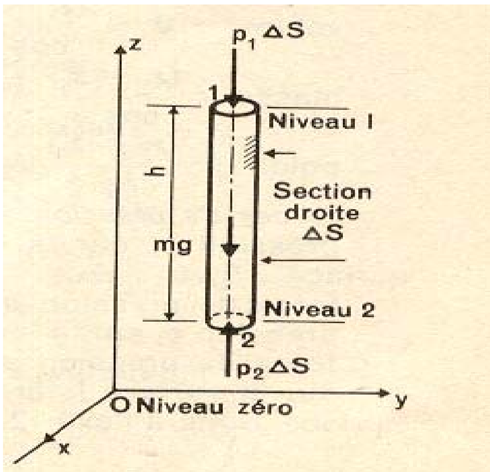
Même raisonnement et calcul pour les autres projections
Donc P = Py P = Pz

Finalement : $\boxed{P = Px = Py = Pz}$

Conclusion :
- *Quelle que soit l'orientation de la facette ABC autour du point 0 la pression du fluide sur cette facette reste la même.*
- *Si le fluide est en mouvement, quel que soit ce mouvement, la pression P est indépendante de l'orientation de la facette autour du point considéré.*

II.2. LOI FONDAMENTALE DE LA STATIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES :

Dans un liquide au repos , on imagine un cylindre de liquide de section droite très petite ΔS et de longueur h , le cylindre à son axe vertical.
En 1 on a la force de pression $P_1\ \Delta S$
En 2 //// // // $P_2\Delta S$
Poids : P = m g
Volume : $V = h.\ \Delta S$; $\rho = m/v$; $m = \rho.\ V$
$m = h.\ \Delta S.\ \rho\ .\ g$
Poids : $P = h\ .\ \Delta S\ .\ \rho\ .\ g$
Les forces de pression latérales auront une projection
Equation de projection sur oz :



$$-h\ .\ \Delta S\ .\ \rho\ .\ g + P_2\Delta S - P_1\Delta S = 0$$

$$\boxed{P_2 = P_1 + \rho\, g\, h} \qquad N / m^2$$

Généralisation de la loi fondamentale de la statique :

Le cylindre a toujours sa section droite ΔS_d très petite (*fig.* 2).
Les sections d'extrémités ne sont pas nécessairement des sections droites, mais si z_1 et z_2 sont les altitudes des centres par rapport à l'altitude zéro :

volume : $V = \dfrac{(z_1 - z_2)}{\cos\beta}\,\Delta S_d$

masse : $\dfrac{(z_1 - z_2)}{\cos\beta}\,\Delta S_d\,.\,\rho$

poids : $\dfrac{(z_1 - z_2)}{\cos\beta}\,\Delta S_d\,.\,\rho\,.\,g.$

Forces de pression :
pression p_1 sur la facette de surface ΔS_1 :
force de pression $p_1.\Delta S_1$, faisant l'angle α_1 avec l'axe 12 ;
pression p_2 sur la facette ΔS_2 :
force de pression $p_2.\Delta S_2$, faisant l'angle α_2 avec l'axe 12 ;
- sur la surface latérale du cylindre la pression en un point est normale à la surface, donc à l'axe 12. Toute projection sur 12 est nulle.

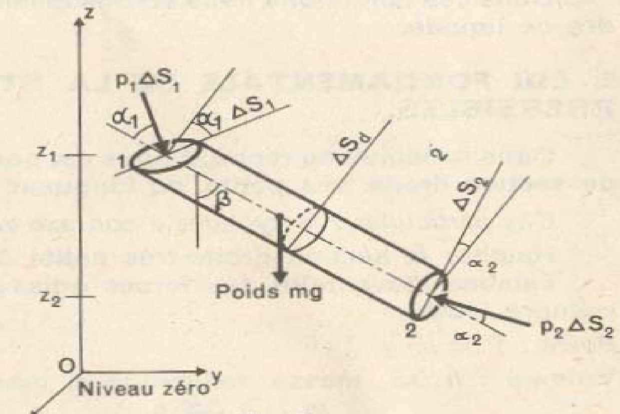


Fig. 2

Equation de projections sur l'axe 12 :

$$-\rho . g \frac{(z_1 - z_2)}{\cos \beta} \Delta S_d \cos \beta + p_2 . \Delta S_2 \cos \alpha_2 - p_1 . \Delta S_1 \cos \alpha_1 = 0$$

Or : $\Delta S_1 \cos \alpha_1 = \Delta S_d \qquad \Delta S_2 \cos \alpha_2 = \Delta S_d$

Finalement :

$$-\rho . g(z_1 - z_2) + p_2 - p_1 = 0$$

$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho . g(z_1 - z_2)} \qquad N/m^2$$

Si nous désignons par h la différence des altitudes $(z_1 - z_2)$, nous retrouvons l'expression : $p_2 = p_1 + \rho . g . h$.

Si nous désignons par h la différence des altitudes $(z_1 – z_2)$on retrouve l'expression :

$$P_2 = P_1 + \rho g\ h$$

Conclusion :

Considérons deux point 1 et 2 quelconques dans le milieu continu liquide au repos, points définis par leur seul altitude (ou cote, ou niveau) z1 et z2 par rapport à une altitude de référence zéro.

Nous écrivons $P_2 = P_1 + \rho g\ (z_1 - z_2)$ N/m^2

1. *P_1 et P_2 sont les pressions tout autour des points 1 et 2.*

2. *$(z_1 - z_2)$ peut être positive ou négative.*

3. *Le groupe ρg (N/m^3) représente <u>le poids de l'unité de volume.</u>*

4. *Le groupe de termes $\rho g\ (z_1 - z_2)$ représente en valeur absolue, <u>le poids d'une colonne</u> <u>verticale</u> de liquide <u>par unité de surface</u>, donc une <u>pression.</u>*

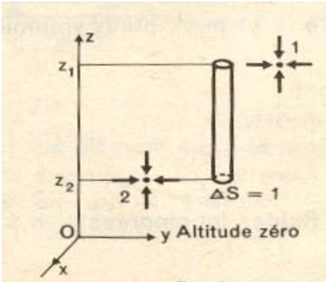


Fig. 3

II. 3 APPLICATION :

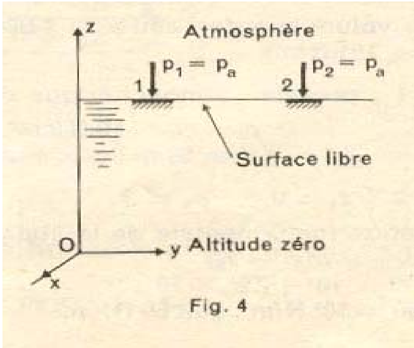
1) *Quelle est la forme géométrique de surface libre d'un liquide en contact avec l'air atmosphérique ?*

- *en tous points de la surface libre , 1et 2 par exemple :*

$P_2 = P_1 + \rho g \ (z_1 - z_2)$

Or $P_2 = P_1 = Pa = Cte$

Donc $0 = \rho g \ (z_1 - z_2)$ $\quad z_1 = z_2$



Ou $z_1 = z_2 = Cte$

Tous les points de la surface libre ont même cote, ils appartiennent à un même plan horizontal.

Le même raisonnement appliqué aux vases communiquant .

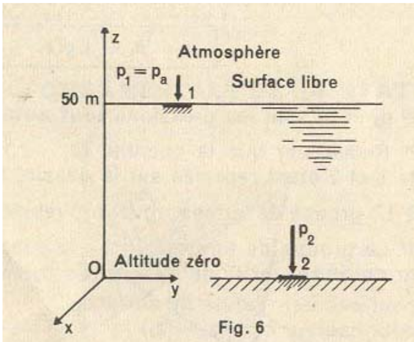
$z_1 = z_2 = z$

2) *barrage- réservoir de profondeur 50 m : quelle est la pression de l'eau sur le sol, fond du réservoir ?*

$\rho_{eau} = 1000\ Kg/m^3$ $\quad g = 10 m/s^2$

Point 1 : $P_1 = Pa = 10^5\ N/m^2$
$Z_1 = 50 m$

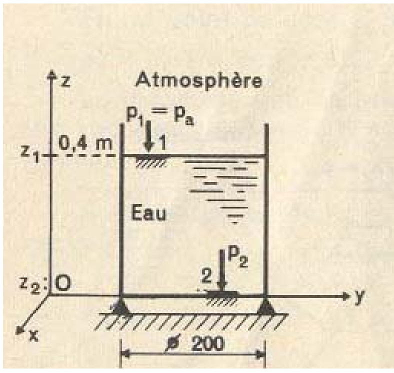
Point 2 : $Z_2 = 0$ $\quad P_2 = ?$



L'équation fondamentale de la statique des fluides incompressibles :
S'écris : $P_2 = P_1 + \rho g \ (z_1 - z_2)$

$P_2 = 10^5 + 10^4 . 50 = 60\ 10^4\ N/m^2$

3) <u>*Pression et poussée sur le fond horizontal d'un récipient.*</u>



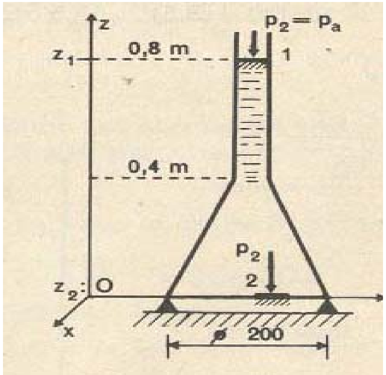
Point 1 : $P_1 = Pa = 10^5\ N/m^2$
$Z_1 = 0.4\ m$
Point 2 : $Z_2 = 0$ $\quad P_2 = ?$

Liquide : eau : $\rho_{eau} = 1000\ Kg/m^3$ $\quad g = 10 m/s^2$

$P_2 = P_1 + \rho g \ (z_1 - z_2)$
$= 10^5 + 10 . 10^3 . 0.4 = 10.4\ 10^4\ N/m^2$

$P_2 = 10.4\ 10^4\ N/m^2$

Cette pression est indépendante de la forme du récipient et du volume de liquide qu'il contient.



Ainsi dans le cas de la figure ci-contre ,
Il suffit d'un faible volume d'eau pour faire passer
La cote du point 1 de 0.4 à 0.8 m
La pression est alors :

$$P_2 = 10.10^4 + 10^4 .\ 0.8 = 10.8\ \ 10^4\ N/m^2$$

Poussée sur le fond de diamètre d = 200 mm.
Chaque élément du fond horizontal est soumis à la pression côté eau :

$$P_2 = 10.4\ 10^4\ \ N/m^2$$

Côté air :

$$P_{2'} = 10\ 10^4\ \ N/m^2$$

La différence des pressions, appelé pression effective sur la paroi Est donc.

$$P_{eff} = P_2 - P_{2'} = P_2 - Pa$$
$$= 0.4\ N/m^2$$

l'expression P_{eff} n'a pas de sens , la pression qui s'exerce sur une facette est $P = P_2$
pression absolue du liquide contre la facette.

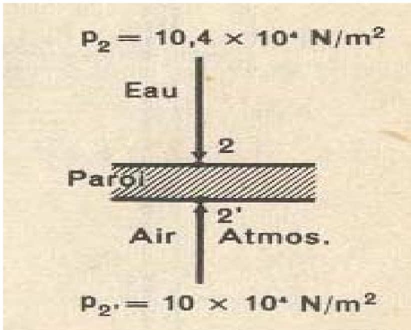


Fig. 9

4.Tube barométrique :

Appliquons la loi fondamentale de la statique au tube barométrique bien connu (*fig.* 1).

Point 1 : $p_1 = 0$ (*vide*), $z_1 = h$.

Point 2 : $p_2 = p_a$, *pression atmosphérique du moment* $z_2 = 0$

$$p_2 = p_1 + \rho . g(z_1 - z_2) \qquad p_2 = \rho . g . h$$

avec ρ (*mercure*) $= 13\,600$ kg/m³, $g = 9{,}8$ m/s²,

$$\rho . g = 133\,000 \ N/m^3.$$

Si $h = 760$ mm, soit 0,76 m, nous obtenons :

$p_a = 133\,000 \times 0{,}76 = 10{,}13 \times 10^4$ N/m², soit 10,13 N/cm², **pression atmosphérique normale.**

Nous savons que 1 mbar = 100 N/m² : $p_a = 1\,013$ mbar.

Il est donc possible d'exprimer une pression, ici pression atmosphérique, non pas en N/m² ou Pa, mais par la hauteur d'une colonne de mercure : pression atmosphérique normale 10,13 N/cm², $10{,}13 \times 10^4$ N/m², 1 013 mbar, 760 mm de mercure.

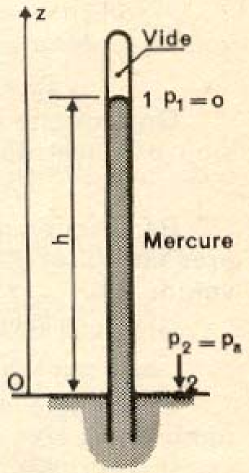


Fig. 1

Il est fort simple de dire : pression atmosphérique du moment; $p_a = 750$ mm de mercure, mais ne pas oublier qu'il s'agit de la pression à la base d'une colonne verticale de mercure de hauteur $h = 750$ mm, de section unité de surface, conséquence du seul poids de cette colonne, puisque la pression sur sa section supérieure est nulle.

EXEMPLES.

1° On parle souvent en aérodynamique de pression exprimée en mm de hauteur d'eau.

A quelle pression, exprimée en N/m², *correspond* 1mm *de hauteur d'eau ?*

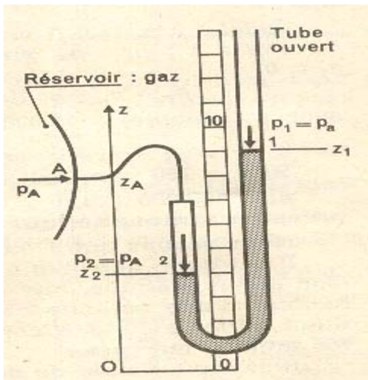
$p = \rho . g . h$, avec $\rho = 1\,000$ kg/m³, g $\approx$ 10 m/s², $\rho . g = 10^4$ N/m³

$$p = 10^4 \times 10^{-3} = 10 \ N/m^2$$

Il est commode ici de se représenter un volume de 1 dm³ d'eau recouvrant une surface 1 m².

5°) tube manométrique ouvert à l'atmosphère :

Il s'agit de mesurer la faible pression d'un gaz dans un réservoir : tube en U.
point 1 : $P_1 = P_a$, z_1 obtenu par lecture.
point 2 : $P_2 = P_A$ (pression du gaz dans le réservoir, z_2 obtenu par lecture)



$P_2 = P_A = P_a + \rho g\ (z_1 - z_2)$

Cela est vrai s'il s'agit de mesure de la faible pression d'un gaz sinon il faudrait écrire :

$P_2 = P_A + \rho' g\ (z_A - z_2) = Pa + \rho g\ (z_1 - z_2)$

ρ' (masse volumique du gaz dans la réservoir).

II-4 Théorème d' Archimède :

On isole un volume V de liquide , il est soumis au poids P, appliquée au centre de gravité, et au résultante des forces de pression F exercées par le liquide voisin sur chaque élément de surface ΔS.
En point 2 : $P_2 = P_1 + \rho g\ (z_1 - z_2)$
Force élémentaire de pression :
$\Delta F = P_2\ \Delta S$

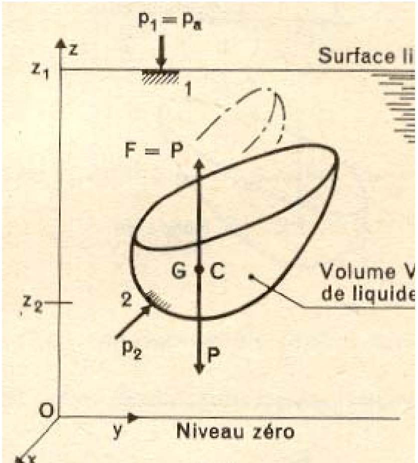


Fig. 1

Résultantes des forces de pression : $F = \Sigma P_2\ \Delta S$
Equation de projection sur 0z :

$F - P = 0 \quad \Rightarrow \quad F = P$

Imaginons le volume précédent du liquide V occupé par un solide de masse volumique différente du liquide on tire le théorème suivant :

Masse 1 kg, avec $g \approx 10\ m/s^2$, poids $1 \times 10 = 10$ N, d'où la pression, conséquence de ce seul poids $= 10\ N/m^2$.

2° *Par quelle hauteur d'eau exprimerait-on la pression atmosphérique normale ?*

$$p = \rho . g . h$$

$\rho = 1\,000\ kg/m^3$, $g = 9{,}8\ m/s^2$, $\rho . g = 9{,}8 \times 10^3\ N/m^3$, $p = 10{,}13 \times 10^4\ N/m^2$.

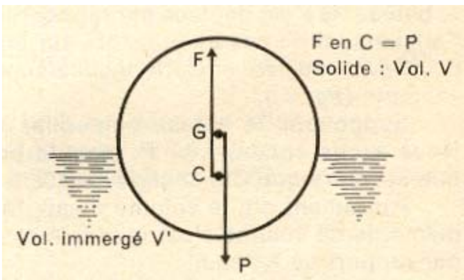
Nous obtenons :

$$h = \frac{p}{\rho . g} = \frac{10{,}13 \times 10^4}{9{,}8 \times 10^3} = 10{,}33 \text{ m de hauteur d'eau}$$

<u> Si ρ (solide) >ρ (liquide) P > F</u>*
le solide est sollicité vers le bas par la force P - F.

<u> Si ρ (solide) <ρ (liquide) P < F</u>*
le solide est sollicité vers le haut par la force F -P

Equilibre des corps flottants *:*



Etudions l'équilibre d'un corps homogène *qui est une sphère .*

condition nécessaire *:*
ρ (solide) <ρ (liquide)
le solide isolé, en équilibre, est soumis à :
poids du solide $P = \rho_s.V.g$ appliqué en G.

Poussée F du liquide sur la surface immergée du solide, équation d'équilibre : P = F
Soit V' le volume immergé du solide, donc volume du liquide déplacé :
$F = \rho_L V'.g$,appliquée en C , centre de gravité du volume V'

On oublient : $\rho_S.g \cdot V = \rho_l.g \cdot V'$

Volume immergé : $V' = (\rho_S / \rho_l) \cdot V$
Prenons le cas d'une sphère telle que le rapport des masses volumique = 1/2

Donc V' = V/2

Objectif III : Ecoulement permanent d'un fluide parfait incompressible

Déf : *un écoulement est dit permanent si tous les paramètres restent constants dans le temps (dans un pt donné).*

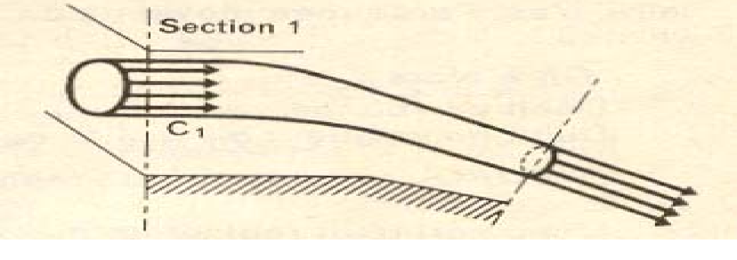
III.1. Ligne de courant (trajectoire) :

La ligne de courant est tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse en ce point.

Dans un écoulement permanent, la vitesse est indépendante du temps par conséquent, les lignes de courant restent elles même inchangées dans le temps, elles sont confondues avec les trajectoires des particules.

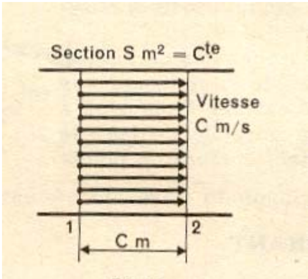
- ***Tube de courant :***

Ensemble des lignes de courant passant par une courbe fermée.
Les sections droites du tube sont assez petites pour que l'on puisse considérer, dans une section, une même vitesse de toutes les particules.
Dans un écoulement permanent, le tube de courant reste inchangé dans le temps.



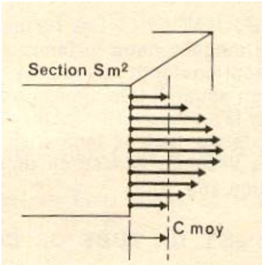
- ***Débit en volume, débit massique :***

Considérons une conduite de section S, l'écoulement est permanent la vitesse C ne varie pas avec le temps.
Les particules sont arrivées en 2 pendant le temps dt après avoir parcouru la distance d.



Débit en volume : $q_v = S.C \ (m^3/s)$

Debit massique : $q_m = \rho.S.C \quad (kg/s)$
$= \rho.\ q_v \quad (kg/s)$



ρ est la masse volumique du liquide.
Supposons une répartition des vitesses données par la figure ci-contre.

Si C_m *est la vitesse moyenne, on a alors :*

Débit volumique : $q_v = S.C_m$
Débit massique : $q_m = \rho.S.C_m$

Exemple :

Le temps de remplissage d'un récipient de volume $V = 10\ dm^3$ *est* $t = 20\ s$.
L'eau sort d'un robinet de diamètre $d = 15\ mm$.
Quelle la vitesse de l'eau dans la section de sortie du robinet ?

$$\text{Section } S = \Pi \frac{d^2}{4} = 3,14 \frac{(1,5)^2}{4} = 1,76\ cm^2$$

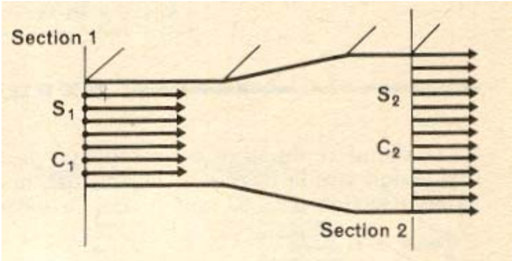
$$\text{debit en volume: } q_v = \frac{V}{t} = \frac{10^4}{20} = 500\ cm^3/s$$

$$C = \frac{q_v}{S} = \frac{500}{1,76} = 284\ cm/s \ \text{ soit } 2,84\ m/s$$

III.2. Equation de continuité ou équation de conservation de masse :

La section de la conduite représentée est variable c'est le cas général du tube de courant.
L'écoulement est permanent, pendant un temps donné 1s, 2s, 1h, le volume, la masse de liquide, a traversé une section quelconque de la conduite. Donc on peut écrire :

Débit volumique : $q_v = S_1C_1 = S_2C_2$
Débit massique : $q_m = \rho.S_1C_1 = \rho.S_2C_2$



III. 3 Théorème de Bernoulli (théorème de l'énergie cinétique) :

Le théorème de Bernoulli est, en mécanique des fluides d'une importance exceptionnelle.

Considérons une conduite ou tube de courant

Système étudié : le liquide compris entre les sections 1 et 2 du tube
Vitesse C_1 *dans toute la section 1*
Vitesse C_2 *dans toute la section 2*

Pendant le temps Δt : les particules De la section 1 sont venus en 1' ; Les particules de la section 2 sont Venus en 2'.

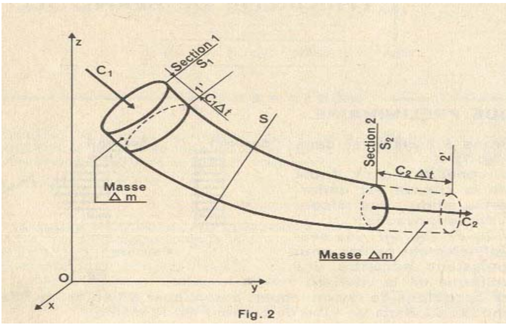


Fig. 2

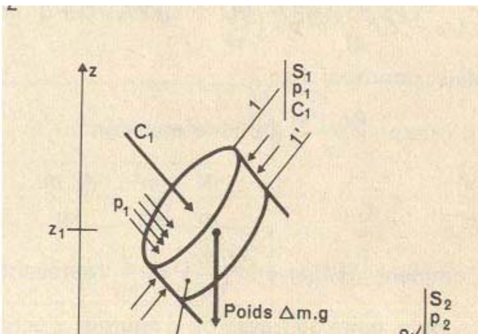
Le volume et masse de liquide Compris, d'une part entre 1et 1', d'autre part entre 2 et 2', sont égaux :

$$\Delta m = \rho\ S_1C_1\ \Delta t = \rho S_2C_2\ \Delta t$$

Considérons une section S quelconque dans le volume de liquide compris entre 1' et 2.
Le liquide est parfait, pas de forces de frottement et pas de travail des forces de frottement.
Appliquons alors le théorème de l'énergie cinétique pendant le temps Δt qui fait passer la masse Δm de 1- 1' à 2- 2'.

Variation de l'énergie cinétique de la masse Δm pendant le temps Δt = travail des forces extérieure pendant ce même temps Δt.

Variation d'énergie cinétique : $1/2\ \Delta m\ (C^2_2 - C^2_1)$



Forces extérieures :

- *Sur les extrémités du tube de courant on a les forces de pression P_1S_1 et P_2S_2*
- *Sur la face latérale du tube : Forces de pression normales à la surface.*
- *Poids : Δmg qui passe de la côte z_1 à la côte z_2*

Travail des forces extérieures :

<u>Convention du signe :</u>
Signe + lorsque le système reçoit du travail du milieu extérieur.
Signe - lorsque le système fournit du travail au milieu extérieur.

<u>Travail :</u>
De la force P_1S_1 : $P_1\ S_1\ C_1\ \Delta t$ *($C_1\ \Delta t$: chemin par courue)*
De la force P_2S_2 : $P_2\ S_2\ C_2\ \Delta t$
De la force latérales : zéro, forces normales au déplacement.
Du poids : $\Delta mg\ (z_1 - z_z)$

Ecrivons donc :

$$\frac{1}{2}\Delta m\ (c_2^2 - c_1^2) = (p_1.S_1.c_1 - p_2.S_2.c_2)\ \Delta t + \Delta m.g\ (z_1 - z_2)$$

L'équation de continuité, écrite plus haut, nous donne :

$$\Delta t = \frac{\Delta m}{\rho.S_1.c_1} = \frac{\Delta m}{\rho.S_2.c_2}$$

$$\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = \frac{p_1.S_1.c_1}{\rho.S_1.c_1} - \frac{p_2.S_2.c_2}{\rho.S_2.c_2} + g\ (z_1 - z_2)$$

Nous obtenons finalement l'équation de Bernoulli :

$$\boxed{\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0}$$

Justifions les unités mentionnées :

$\left(\frac{m}{s}\right)^2$ puisque le groupe $\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2)$ représente le carré d'une vitesse, ainsi que $g(z_2 - z_1)\ \frac{m}{s^2} \cdot m$ ou $\left(\frac{m}{s}\right)^2$

Mais, pourquoi J/kg ?

Le groupe $\frac{p_2 - p_1}{\rho}$ a pour dimension :

$$\frac{N}{m^2} \cdot \frac{m^3}{kg} = \frac{N.m}{kg} = J/kg$$

Comment justifier que $\left(\frac{m}{s}\right)^2$ et $\frac{J}{kg}$ représentent une même dimension ?

Le joule, unité de travail ou d'énergie, s'écrit :

$J = N.m$ avec $N = kg$ (masse) $\frac{m}{s^2}$ (accélération)

$$J = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$

et $$J/kg = \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

Signification physique de l'équation de BERNOULLI :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0 \quad J/kg$$

$\frac{p_2 - p_1}{\rho}$	$\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2)$	$g(z_2 - z_1)$
Variation de l'énergie potentielle due à la variation de pression	**Variation de l'énergie cinétique due à la variation de la vitesse**	**Variation de l'énergie potentielle due à la variation d'altitude**

Deuxième forme :

$$\boxed{(p_2 - p_1) + \frac{\rho}{2}(c_2^2 - c_1^2) + \rho . g(z_2 - z_1)} \qquad N/m^2$$

$(P_2 - P_1)$: variation de la pression statique.
$\rho/2\ (C^2{}_2 - C^2{}_1)$: variation de la pression dynamique.
$\rho g\ (z_2 - z_1)$: variation de la pression due au changement d'altitude.

Troisième forme :

$$\boxed{\frac{p_2 - p_1}{\rho . g} + \frac{1}{2g}(c_2^2 - c_1^2) + (z_2 - z_1) = 0} \qquad m$$

Chacun des groupes de ternes représente une hauteur de liquide puisque l'un d'eux s'écrit
$(Z_2 - Z_1)$

Quatrième forme :

$$\boxed{\frac{p_1}{\rho . g} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho . g} + \frac{c_2^2}{2g} + z_2 = C^{te}} \qquad m$$

ou le long d'une conduite ou d'un tube de courant :

$$\boxed{\frac{p}{\rho . g} + \frac{c^2}{2g} + z = C^{te}} \qquad m$$

Remarque :
Suivant la façon dont est posé le problème, on utilise l'une ou l'autre de ces formes.
De préférence nous écrivons l'équation de Bernoulli :

$$\boxed{\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0} \qquad \text{J/kg}$$

Application :

une conduite d'eau est schématisée par la fig. ci-con
Etat initial 1 : on mesure : P_1 = 15 N/cm²
C_1 = 8 m/s , Z_1 = 12 m.
Etat final 2 : on mesure : P_1 = 10 N/cm²
Z_2 = 2 m.

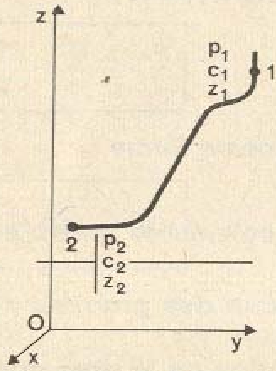


Fig. 5

Masse volumique ρ = 1 000 kg/m³, $g \approx 10$ m/s².
Quelle est la vitesse c_2 ?

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

$$g\,(z_2 - z_1) = 10\,(2 - 12) = -\,100 \text{ J/kg}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{(10 - 15)10^4}{10^3} = -\,50 \text{ J/kg}$$

Nous obtenons :

$$-\,50 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) - 100 = 0$$

$$\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = 150 \text{ J/kg avec } c_1^2 = 8^2 = 64 \text{ (m/s)}^2$$

$$c_2^2 = 364 \text{ (m/s)}^2 \qquad c_2 = 19{,}1 \text{ m/s}$$

On donne le débit en volume $q_v = 6$ dm³/s ; *calculer les diamètres d_1 et d_2 de la conduite.*

$$q_v = S_1 . c_1 = S_2 . c_2 \qquad S_1 = S_2 \frac{c_2}{c_1} = S_2 \frac{19{,}1}{8} = 2{,}39\, S_2$$

Calculons $S_2 = \frac{q_v}{c_2} = \frac{6}{191} = 0{,}0314$ dm², soit 3,14 cm², soit $d_2 \approx 2$ cm.

Ensuite : $S_1 = 2{,}39 \times S_2 = 7{,}5$ cm², $\quad d_1 \approx 3{,}1$ cm

III 4 Ecoulement permanent d'un fluide parfait incompressible applications :

1. PREMIÈRE APPLICATION

La *figure* 1 représente le schéma d'un barrage alimentant une turbine hydraulique au moyen d'une conduite forcée

Nous nous proposons de déterminer la vitesse du jet c_2.

Equation de Bernoulli appliquée aux points 1 et 2 :

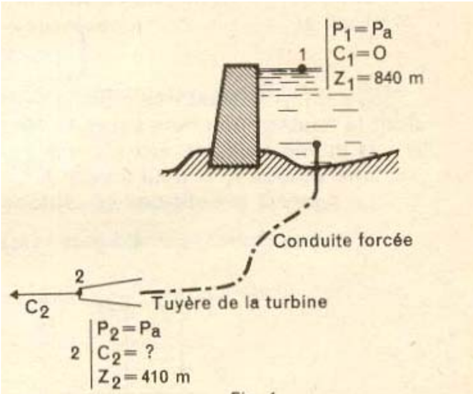


Fig. 1

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0 \qquad \text{avec} \qquad p_2 - p_1 = 0 \qquad c_1 = 0$$

$$\frac{c_2^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0$$

$$\frac{c_2^2}{2} + 9{,}8(410 - 840) = 0 \qquad c_2^2 = 8\,400 \text{ (m/s)}^2 \qquad c_2 = 91{,}7 \text{ m/s}$$

Quel est le débit en volume de l'eau sachant que le diamètre de sortie de la tuyère est 50 mm ?

$$q_v = S_2 . c_2 \text{ avec } S_2 = 19{,}6 \text{ cm}^2 \text{ soit } 0{,}00196 \text{ m}^2$$

$$q_v = 0{,}00196 \times 91{,}7 = 0{,}180 \text{ m}^3\text{/s soit } 180 \text{ dm}^3\text{/s}$$

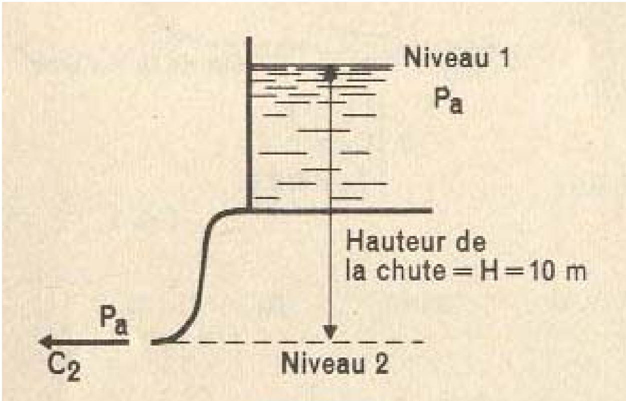
GÉNÉRALISATION DU RÉSULTAT PRÉCÉDENT. — Si les pressions en 1 et en 2 sont égales, la pression atmosphérique par exemple, le terme $\frac{p_2 - p_1}{\rho}$ de la relation générale est nul.

On obtient : ½ ($C^2_2 – C^2_1$) + $g(Z_2 – Z_1) = 0$

On constate si l'un des termes est positif, l'autre doit être négatif.
A une augmentation de la vitesse, $C_2 > C_1$ correspond une diminution de l'attitude $Z_2 < Z_1$
Avec $H= Z_2 - Z_1$

Cette formule est très utilisée ; elle donne la vitesse d'un fluide incompressible dont la hauteur de chute est H m. Ne pas oublier qu'elle suppose :
la même pression aux niveaux 1 et 2,
une vitesse $c_1 = 0$ au niveau 1.
La *figure* 2 remplit ces conditions ; la vitesse c à la sortie de la conduite est

$$c = \sqrt{2g.H} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 10} = 14 \text{ m/s}$$



Deuxième application :

Considérons un tronçon de conduite 1-2 (*fig.* 4). *Quelle est la pression* *fluide en 2 ?*

Les sections 1 et 2 étant égales, les vitesses c_1 et c_2 sont elles-mêmes égales ; l'équation de continuité s'écrit en effet : $S_1.c_1 = S_1.c_2$, soit $c_1 = c_2$.

Équation de Bernoulli appliquée aux niveaux 1 et 2 :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

elle devient ici : $$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) = 0$$

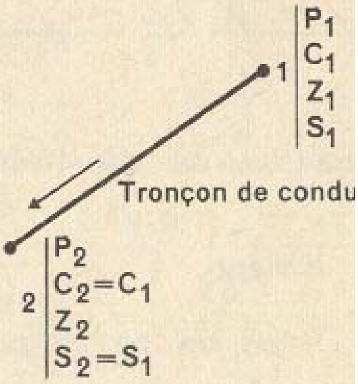


Fig. 4

EXEMPLE. — Le tronçon 1-2 appartient à une conduite forcée de turbi hydraulique. Nous avons : $\rho = 1\,000$ kg/m³, $p_1 = 20$ N/cm² soit 20×10^4 N/r $z_1 = 830$ m, $z_2 = 510$ m.

Troisième application : tube de venturi

Mesure du débit en volume d'un fluide incompressible.

PRINCIPE DE LA MÉTHODE. — On remplace un tronçon de la conduite par

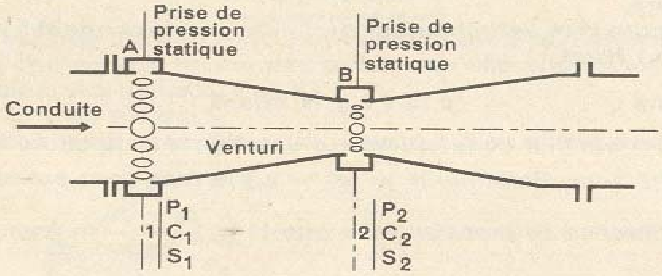


Fig. 5

un Venturi (*fig.* 5) ; ce Venturi comporte une section médiane 2 plus faible que la section d'entrée 1 (*voir la norme NF* — X 10-101).

Débit en volume du fluide : $q_v = S_1 . c_1$ m³/s ; nous connaissons S_1, il faut donc déterminer c_1. Écrivons l'équation de Bernoulli appliquée aux sections 1 et 2 ;

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

mais $(z_2 - z_1) = 0$ et l'équation de continuité $S_1 . c_1 = S_2 . c_2$ nous donne $c_2 = \frac{S_1}{S_2} . c_1$.

Il vient : $$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2}\left[\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1\right] = 0$$

Nous savons que $p_2 < p_1$, car $c_2 > c_1$; écrivons donc :

$$\frac{c_1^2}{2}\left[\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1\right] = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

La vitesse c_1 est l'inconnue ; S_1 et S_2 sont connues ; ρ kg/m³ est la masse volumique connue du fluide. La méthode consiste à mesurer les pressions statiques p_1 et p_2 ; les prises de pression doivent se faire en un point où le fluide est à peu près immobile, en A et en B sur la figure.

Connaissant p_1 et p_2, nous pouvons alors calculer c_1 et le débit $q_v = S_1 . c_1$.

EXEMPLE. — Fluide, eau, $\rho = 1\,000$ kg/m³.

Venturi : $S_1 = 78{,}5$ cm² (*diamètre* 100 mm) et $\frac{S_1}{S_2} = 1{,}5$. L'appareil de mesure indique une différence de pression entre les sections 1 et 2 représentée par une colonne de mercure de 80 mm de hauteur.

La masse volumique du mercure est $\rho' = 13\,600$ kg/m³ ; une hauteur de 0,08 m correspond à une différence de pression

$$\rho' . g . H = 13\,600 \times 9{,}8 \times 0{,}08 = 10\,630 \text{ N/m}^2$$

Donc $$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{10\,630}{1\,000} \text{ J/kg}$$

il vient : $\frac{c_1^2}{2}(1{,}5^2 - 1) = 10{,}63$ $\quad c_1^2 = 17$ (m/s)² $\quad c_1 = 4{,}13$ m/s

Débit en volume : $q_v = S_1 . c_1$, avec $S_1 = 0{,}785$ dm² et $c_1 = 41{,}3$ dm/s

$$q_v = 0{,}785 \times 41{,}3 = 32{,}5 \text{ dm}^3/\text{s}$$

Quatrième application :

MESURE DE LA VITESSE EN UN POINT DE L'ÉCOULEMENT. TUBE DE PITOT

Deux canaux (*deux tubes*), groupés dans un même ensemble, ont la forme donnée (*fig.* 6).

But : mesurer la vitesse du liquide en différents points d'une section.

Canal 2-3. L'entrée, point 2, est dirigée de façon que le vecteur vitesse à mesurer soit perpendiculaire à la section d'entrée 2.

Le liquide monte jusqu'en 3 et s'immobilise ; donc, en 3 comme en 2, $c = 0$.

Appliquons l'équation de Bernoulli entre les points 1 et 2.

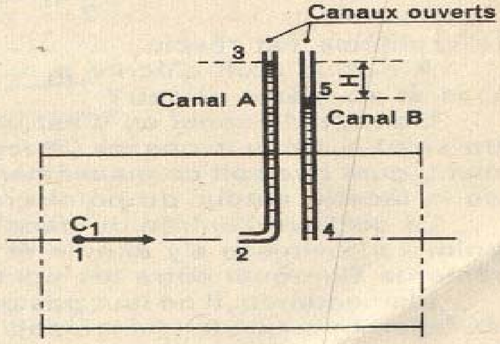


Fig. 6

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

avec $z_2 - z_1 = 0$, $c_2 = 0$, c_1 = vitesse que l'on veut mesurer.

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} - \frac{1}{2}c_1^2 = 0 \qquad ①$$

Remarquons que là où la vitesse du fluide s'annule :

$p_2 = p_1 + \frac{\rho . c_1^2}{2}$ = pression statique + pression dynamique.

L'équation fondamentale de la statique appliquée au liquide immobile 2-3 s'écrit :

$$p_2 = p_3 + \rho . g\,(z_3 - z_2)$$

avec p_3 = pression atmos. = p_a

$$\frac{p_2 - p_a}{\rho} = g(z_3 - z_2) \qquad ②$$

Canal 4-5. La section d'entrée du canal est parallèle au vecteur vitesse.

Le liquide est immobile dans le canal 4-5.

$$p_4 = p_5 + \rho . g(z_5 - z_4)$$

avec $p_5 = p_a$, $z_4 = z_2$

$$\frac{p_4 - p_a}{\rho} = g(z_5 - z_2) \qquad ③$$

Écrivons : $$② - ③ = \frac{p_2 - p_4}{\rho} = g(z_3 - z_5)$$

avec $z_3 - z_5 = H$

$$\frac{p_2 - p_4}{\rho} = gH \qquad ④$$

Admettons pour l'instant $p_1 = p_4$; les équations (1) et (4) nous donnent :

$$\frac{1}{2}c_1^2 = g . H \qquad c_1 = \sqrt{2gH} \;;$$

III 4. Ecoulement permanent d'un fluide par fait incompressible théorème de Bernoulli généralisé

1°) Etude de l'écoulement dans une machine hydraulique :
on va considérer une machine hydraulique entre les sections 1-2 , le liquide par fait traverse une machine, pompe ou turbine hydraulique.

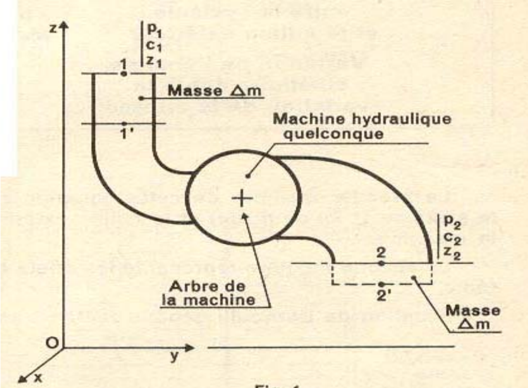


Fig. 1

Milieu extérieur.

Ajoutons : les organes mobiles de la machine en contact avec le liquide.

Ces organes sont fixés sur un arbre par l'intermédiaire duquel le système peut recevoir du travail du milieu extérieur ou lui en fournir.

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2}\Delta m(c_2^2 - c_1^2) = (p_1.S_1.c_1 - p_2.S_2.c_2)\Delta t + \Delta m.g(z_1 - z_2) + W_{12}.\Delta m$$

La continuité du débit massique se traduit toujours par :

$$\Delta m = \rho.S_1.c_1.\Delta t = \rho.S_2.c_2.\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\Delta m}{\rho.S_1.c_1} = \frac{\Delta m}{\rho.S_2.c_2}$$

D'où :

$$\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) + W_{12}$$

$$\boxed{W_{12} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)}$$

Travail échangé entre le système et le milieu extérieur	=	Variation de l'énergie potentielle due à la variation de pression
Variation de l'énergie cinétique due à la variation de la vitesse		Variation de l'énergie potentielle due à l'altitude

J/kg

C

2. PREMIÈRE APPLICATION. INSTALLATION HYDRAULIQUE MOTRICE.

Appliquons le théorème de Bernoulli généralisé entre les points 1 et 5

$$W_{15} = \frac{p_5 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_5^2 - c_1^2) + g(z_5 - z_1)$$

Etat initial 1 du kg d'eau : p_1 = pression atmosphérique $= p_a$

$c_1 = 0 \quad z_1$

Etat final 5 : $p_5 = p_a$, $c_5 = 0$, la vitesse de l'eau dans le canal de fuite est faible, donc négligeable, z_5

De l'équation, il reste : $W_{15} = g(z_5 - z_1)$ J/kg

Nous avons $z_5 < z_1$, donc $W_{15} < 0$; le système étudié, 1 kg d'eau, fournit du travail au milieu extérieur par l'intermédiaire de l'arbre de la turbine.

Ce travail n'est autre, dans ce cas, que le travail fourni par le poids $1 \times g$ (N) de la masse 1 kg qui subit une chute de $(z_1 - z_5)$ m.

On appelle **hauteur géométrique de chute** la différence d'altitude $H_g = (z_1 - z_5)$.

En valeur absolue : $|W_{15}| = g . H_g$ J/kg

Exemple de la figure 3 : $H_g = 350$ m

Avec $g \approx 10$ m/s² : $|W_{15}| = 10 \times 350 = 3\,500$ J/kg

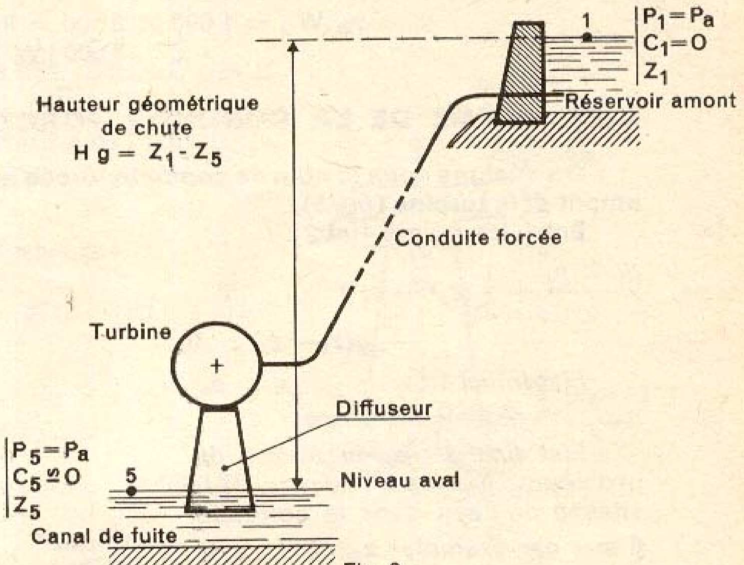


Fig. 3

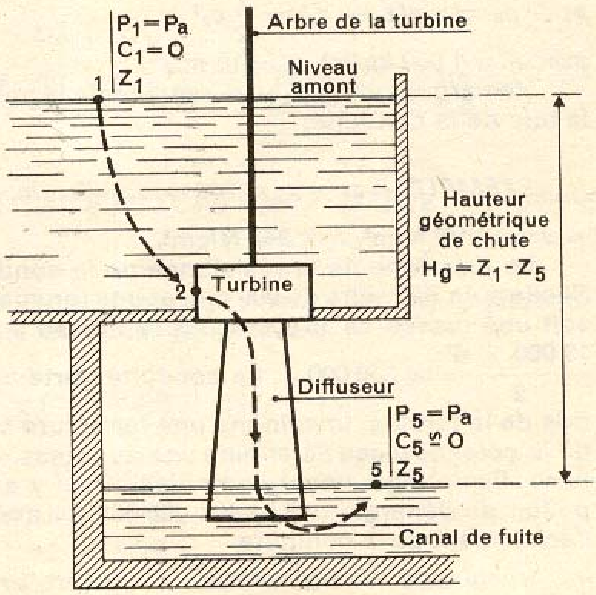


Fig. 4

5. DEUXIÈME APPLICATION. INSTALLATION D'UNE POMPE HYDRAULIQUE

Considérons une pompe installée en fonctionnement (*fig.* 7). Appliquons entre les points 1 et 4 le théorème de Bernoulli généralisé :

$$W_{14} = \frac{p_4 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_4^2 - c_1^2) + g(z_4 - z_1)$$

Etat initial 1 : $p_1 = p_a$, $c_1 = 0$, z_1.

Etat final 2 : $p_4 = p_a$, puisque le jet d'eau sort dans l'atmosphère, c_4, z_4.

$$W_{14} = \frac{1}{2} c_4^2 + g(z_4 - z_1)$$

Exemple :

$z_4 - z_1 = 24$ m, $c_4 = 4$ m/s, $g \approx 10$ m/s

$$W_{14} = \frac{16}{2} + 10 \times 24 = 248 \text{ J/kg}$$

$W_{14} > 0$; le système, 1 kg de fluide dont la nature n'est d'ailleurs pas précisée, reçoit du travail du milieu extérieur par l'intermédiaire de l'arbre du moteur électrique qui entraîne la pompe.

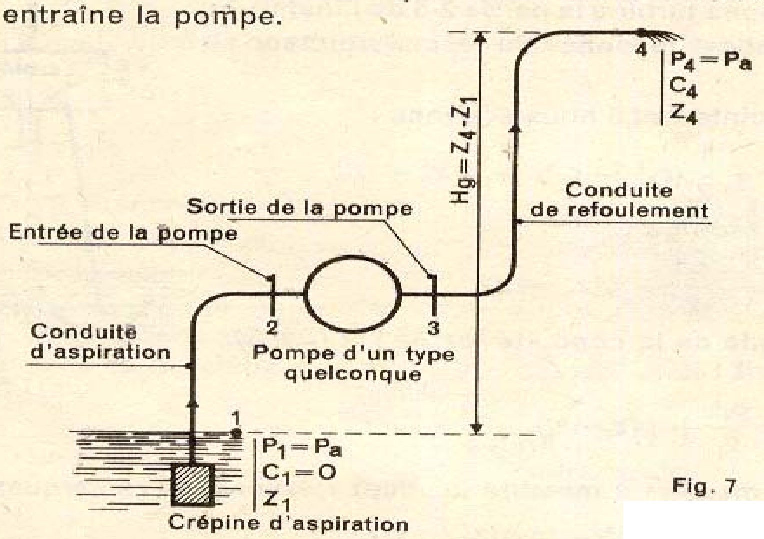


Fig. 7

Remarquons que ce travail sert surtout à augmenter l'énergie potentielle du kilogramme de fluide par modification de son altitude.

On impose un débit d'huile : $q_v = 20$ dm³/s, $\rho = 860$ kg/m³.

Quelle est la puissance absorbée par cette pompe ?

Débit massique : $q_m = \rho . q_v = 860 \times 20 \times 10^{-3} = 17{,}2$ kg/s

Puissance : $\mathfrak{P} = q_m . W_{14} = 17{,}2 \times 248 = 4\,270$ J/s ou W, $\mathfrak{P} = 4{,}27$ kW.

PROBLÈME DE L'ASPIRATION (*fig.* 9).

Nous considérons ici les points 1 et 2, ce dernier étant pris à la bride d'entrée de la pompe.

Point 1 : $p_1 = p_a \quad c_1 = 0 \quad z_1$

Point 2 : $p_2 \quad c_2 \quad z_2$

Nous nous proposons de déterminer la différence d'altitude ($z_2 - z_1$) *ou hauteur géométrique d'aspiration* H_a, *qui permet un fonctionnement correct de la pompe.*

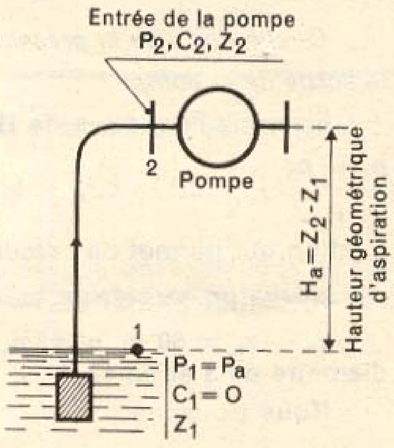


Fig. 9

Appliquons l'équation de Bernoulli :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 + z_1) = 0$$

avec $c_1 = 0$, $(z_2 - z_1) = H_a$ m ; il vient :

$$H_a = \frac{p_1 - p_2}{\rho . g} - \frac{c_2^2}{2g}$$

Prenons pour p_1 la pression atmosphérique normale, $p_1 = 101\,300$ N/m². Le fluide est de l'eau, $\rho = 1\,000$ kg/m³. Fixons $c_2 = 3$ m/s, valeur courante de la vitesse à l'entrée d'une pompe :

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{3^2}{2.9{,}8} = 0{,}46 \text{ m}$$

Retenons qu'avec de l'eau froide, $t = 10$ à 15 °C, il faut que $p_2 = 30\,000$ à 40 000 N/m², soit 3 à 4 N/cm², si l'on ne veut pas que des dégagements de vapeur viennent perturber le fonctionnement de la pompe.

Finalement :

$$H_a = \frac{101\,300 - 30\,000}{1\,000 \times 9{,}8} - 0{,}46 = 7{,}3 - 0{,}46 = 6{,}84 \text{ m}$$

Problème de refoulement :

Le problème est posé très souvent de la façon suivante. La pompe est installée ; nous connaissons z_3, altitude du point 3 de sortie de la pompe, et z_4, altitude du point 4 sortie de la conduite.

Quelle doit être la pression du fluide en 3 à la sortie de la pompe ?

Écrivons l'équation de Bernoulli :

$$\frac{p_4 - p_3}{\rho} + \frac{1}{2}(c_4^2 - c_3^2) + g(z_4 - z_3) = 0$$

relation qui permet de calculer p_3.

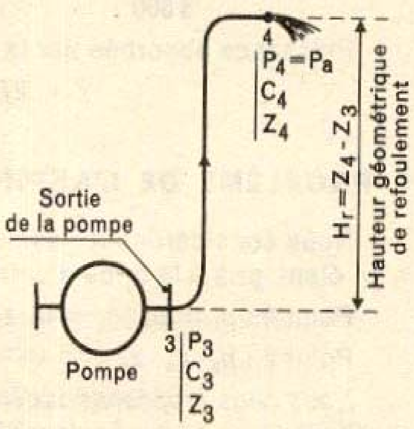


Fig. 10

$z_4 - z_3 = 50$ m, $p_4 = p_a = 10 \times 10^4$ N/m², $c_4 = c_3$ car la tubulure a le même diamètre en 3 et en 4.

Nous trouvons :

$$p_3 = p_4 + \rho . g(z_4 - z_3)$$

$$p_3 = 10 \times 10^4 + 1\,000 \times 9{,}8 \times 50 = 59 \times 10^4 \text{ N/m}^2\text{, soit } 59 \text{ N/cm}^2$$

III.5 THEOREME DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT

1. GÉNÉRALITÉS

Nous reprenons, sous un autre aspect, l'étude de l'écoulement dans un tube de courant ou dans une conduite assimilée à un tube de courant (7e leçon, *fig.* 2 et 3).

Le système à étudier est la masse de liquide comprise entre les points 1 et 2 (*fig.* 1).

Mais, nous savons que tout se passe comme si la masse Δm, de volume 1-1′, qui s'écoule pendant le temps Δt, était transportée en 2-2′.

Nous allons appliquer au système le théorème de la quantité de mouvement : dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement de la masse

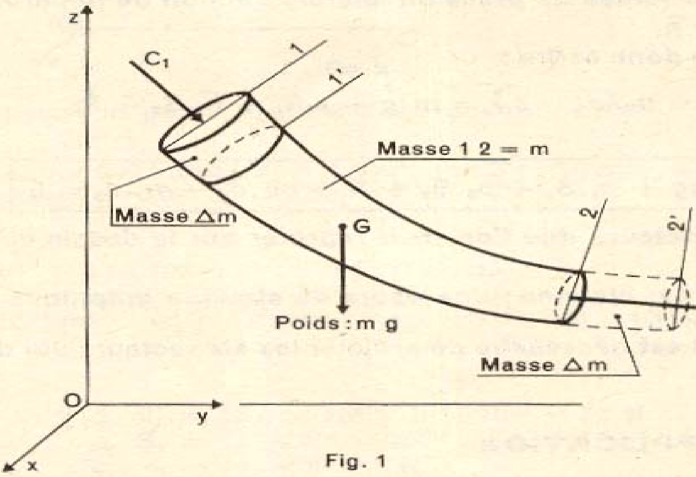


Fig. 1

Δm = résultante des forces extérieures appliquées au système étudié (*c'est-à-dire à la masse de liquide comprise entre les points* 1 *et* 2).

2. LES ÉLÉMENTS DU THÉORÈME DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT

Masse Δm.
Quantité de mouvement de cette masse : $\Delta m . c$.
L'écoulement est permanent : débit massique q_m.

Δm : résultante des forces extérieure appliqués aux systèmes étudiés (c'est à dire à la masse de l'étude comprise entre 1 et2)
Les éléments du théorème de la quantité de mouvement :
Masse : Δm
Quantité de mouvement de cette masse Δm .C
L'écoulement est permanent : q_m= Δm / Δt

Pendant le temps Δt, la masse liquide débitée est :

$$\Delta m = q_m . \Delta t$$

d'où, quantité de mouvement : $q_m . \Delta t . c$.

Dérivée par rapport au temps de cette quantité de mouvement :

$$q_m . \Delta t . \frac{\Delta c}{\Delta t} = q_m . \Delta c$$

De l'état initial 1 à l'état final 2, la vitesse passe de c_1 à c_2 pendant le temps Δ donc :

$$\Delta c = c_2 - c_1$$

Finalement :

dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement :

$$q_m \, (c_2 - c_1)$$

ou, sous forme vectorielle :

$$q_m . \vec{c_2} - q_m . \vec{c_1}$$

Forces extérieures.

Poids $m\vec{g}$, masse m comprise entre les sections 1 et 2,

Forces de pression sur les sections 1 et 2 : $\vec{p_1} . S_1$, $\vec{p_2} . S_2$.

Résultante des forces de pression latérale : action de la paroi de la conduit sur le liquide, soit $\vec{R}$.

Nous pouvons donc écrire :

$$q_m(\vec{c_2} - \vec{c_1}) = m . \vec{g} + \vec{p_1} S_1 + \vec{p_2} . S_2 + \vec{R}$$

ou :

$$\boxed{m\vec{g} + \vec{p_1} . S_1 + \vec{p_2} . S_2 + \vec{R} + q_m . \vec{c_1} - q_m . \vec{c_2} = 0}$$

Pour le calcul, il est nécessaire de projeter les six vecteurs sur des axes convenablement choisis.

Application : Une lance 1-2 débite de l'eau à une vitesse C2 élevé

L'équation de continuité : $S_2.c_2 = S_1.c_1$, nous donne :

$$c_2 = c_1.\frac{S_1}{S_2} \qquad c_2 = 3c_1$$

D'où : $$\frac{p_1 - p_a}{\rho} = \frac{1}{2}(9c_1^2 - c_1^2) = 4c_1^2$$

$$p_1 = p_a + 4\rho.c_1^2$$

Débit massique : $q_m = \rho.S_1.c_1$

Équation vectorielle du théorème de la quantité de mouvement :

$$m\vec{g} + \vec{p_1}.S_1 + \vec{p_2}.S_2 + \vec{R} + q_m.\vec{c_1} - q_m.\vec{c_2} = 0$$

Ces vecteurs sont reportés sur la *figure* 2 (*à l'exception de* $\vec{R}$).

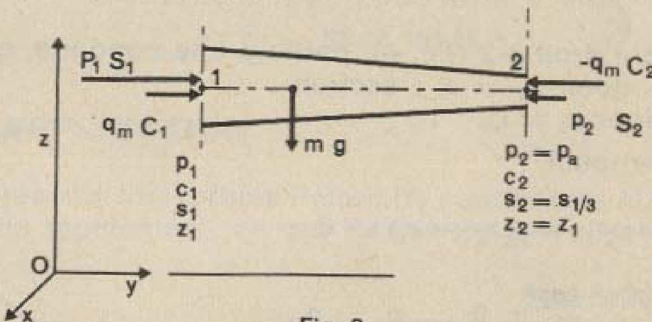


Fig. 2

Remarquons que le poids $m.g$ de l'eau contenue dans la lance est faible, négligeable.

On donne : $\rho = 1\,000$ kg/m³, $S_1 = 3$ cm², soit 3×10^{-4} m², $c_1 = 4$ m/s, $p_a = 10 \times 10^4$ N/m²,

d'où :

$$p_1 = 10 \times 10^4 + 4 \times 10^3 \times 4^2 = 16{,}4 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$S_2 = \frac{S_1}{3} = 10^{-4} \text{ m}^2 \qquad c_2 = 12 \text{ m/s} \qquad q_m = 10^3 \times 3 \times 10^{-4} \times 4 = 1{,}2 \text{ kg/s}$$

Calculons :

$$p_1.S_1 = 16{,}4 \times 10^4 \times 3 \times 10^{-4} \approx 50 \text{ N}$$
$$p_2.S_2 = 10 \times 10^4 \times 10^{-4} = 10 \text{ N}$$
$$q_m.c_1 = 1{,}2 \times 4 \approx 5 \text{ N}$$
$$q_m.c_2 = 1{,}2 \times 12 \approx 15 \text{ N}$$

Équation de projections sur O*y* (R_y *composante de R sur Oy*) :

$$+50 - 10 + R_y + 5 - 15 = 0$$

$$30 + R_y = 0 \qquad R_y = -30 \text{ N}$$

$R_y = -30$ N représente l'action de la paroi latérale sur le fluide ;
$-R_y = 30$ N représente donc l'action du fluide sur la paroi.

1. Que devient le résultat de la première application de la leçon, s'il s'agit d'une lance d'incendie ?
On donne :

$$S_1 = 30 \text{ cm}^2, \qquad S_2 = 3 \text{ cm}^2, \qquad \text{donc} \qquad \frac{S_1}{S_2} = 10,$$

$$c_1 = 5 \text{ m/s}, \qquad \text{donc} \qquad c_2 = 50 \text{ m/s}.$$

Réponse : $\mathbf{R_v} \approx -\mathbf{3\,300\ N}$

Objectif IV Ecoulement permanent d'un fluide visqueux incompressible (pertes de charges)

<u>IV .1 Ecoulement d'un fluide visqueux :</u>

Rappelons l'équation de Bernoulli appliquée aux points 1 et 2 d'une conduite (*fig.* 1) :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0 \text{ J/kg}.$$

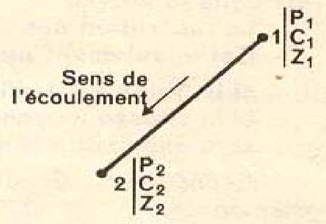


Fig. 1

Cette relation indique que la somme des variations :

d'énergie potentielle due à la pression,
d'énergie cinétique,
d'énergie potentielle due à l'altitude,

est constamment nulle.

En réalité, comme dans le cas du glissement entre solides, il faut tenir compte de l'*existence de forces tangentielles, conséquence de la viscosité du fluide.*

Dans les conduites considérées jusqu'ici, nous avons supposé que la vitesse des particules de fluide était la même en chaque point de la section S m² (fig. 2) ; nous savons que cette vitesse est donnée par la relation : $c = \frac{q_v}{S}$ m/s, q_v m³/s étant le débit en volume.

Le *phénomène réel* est différent. Considérons la même conduite dans laquelle

Fig. 2

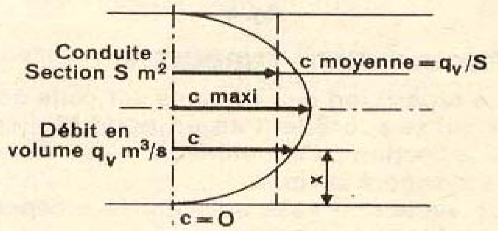


Fig. 3

passe le même débit en volume q_v. La *vitesse moyenne* reste toujours égale à $\frac{q_v}{S}$, mais *la vitesse réelle* diffère suivant la position de la particule considérée du fluide dans la section.

On peut concevoir des particules restant accrochées à la paroi plus ou moins rugueuse ; leur vitesse est nulle. Celles qui se trouvent à une certaine distance x de cette paroi, ont une vitesse c ; celle-ci est maximale lorsque la particule considérée est sur l'axe de la conduite. On obtient alors une répartition des vitesses reportée sur la *figure* 3.

L'expérience montre que l'écoulement d'un fluide visqueux peut présenter deux formes différentes.

ÉCOULEMENT LAMINAIRE.

Les trajectoires des particules de fluide sont parallèles à la paroi. Le vecteur vitesse des particules qui se succèdent en un point M de l'écoulement est immuable dans le temps.

Viscosité : (Viscosité dynamique : µ)

On appelle Viscosité d'un fluide réel soumis à une déformation de cisaillement la propriété d'opposer une résistance à la vitesse de glissement des couches les unes sur les autres.
La force F nécessaire pour vaincre la résistance visqueuse R du fluide s'exprime par la loi de Newton :

$F = R = \mu . S . C/y$

$$\mu = \frac{F/S}{C/y} \quad \left(\frac{N/m^2}{m/s.m} = P_a . s \right) : Pl \text{ (Poiseuille)}$$

Autre unité : La poise
10 pose = 1 poiseuille (10 P = 1 Pl)

Viscosité cinématique : v

$$v = \frac{\mu}{\rho} \quad (m^2/s)$$

Autre unité : le Stoke (St)
$1\ m^2/s = 10^{-4}\ St$

Nombre de Reynolds :
Le nombre de Reynolds détermine si l'écoulement est laminaire ou turbulent.

Le nombre de Reynolds se calcule ainsi :

$$\mathfrak{R} = \frac{c.d}{\nu}$$

c m/s, vitesse moyenne dans la conduite,
d m, diamètre de la conduite,
ν m²/s, viscosité cinématique du fluide.
$\mathfrak{R}$ est un nombre sans dimension ; nous obtenons d'ailleurs :

$$\mathfrak{R} = c \text{ m/s} \times d \text{ m} : \nu \text{ m}^2/\text{s} = \frac{c.d}{\nu} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2}$$

Si $\mathfrak{R} < 2\,000$, **l'écoulement est sûrement laminaire.**
Si $\mathfrak{R} > 3\,000$, **l'écoulement est sûrement turbulent.**
Si $\mathfrak{R}$ est compris entre ces deux valeurs, le régime de l'écoulement est incertain ; mais signalons que si, à un moment donné, l'écoulement est turbulent, il reste turbulent.

5. APPLICATIONS

1° *Une conduite de diamètre* 100 mm *débite* 50 dm³/s *d'eau à la température ordinaire. Déterminer le type d'écoulement.*

Calculons le nombre de Reynolds : $\mathcal{R} = \frac{c.d}{\nu}$:

débit en volume $q_v = S.c = 50$ dm³/s $\quad S = 0{,}785$ dm²

$$c = \frac{0{,}785}{50} = 64 \text{ dm/s} \quad \text{soit} \quad 6{,}4 \text{ m/s}$$

Nous avons calculé dans un exercice précédent (11ᵉ leçon) la viscosité cinématique de l'eau à la température ordinaire ; nous avons trouvé : $\nu = 10^{-6}$ m²/s:

Nous obtenons donc :

$$\mathcal{R} = \frac{c.d}{\nu} = \frac{6{,}4 \times 0{,}1}{10^{-6}} = 6{,}4.10^5 = 640\ 000$$

Nous sommes bien au-delà de la valeur limite R = 3 000 ; l'écoulement est sûrement turbulent.

2° *Prenons le cas de l'air* (40 N/cm², 60 °C) *pour lequel nous avons trouvé*

$$\nu = 4{,}8.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Cet air s'écoule dans une conduite de diamètre 50 mm, à la vitesse 50 m/s.

Nous trouvons : $\mathcal{R} = \frac{c.d}{\nu} = \frac{50.0{,}05}{4{,}8.10^{-6}} = 0{,}5.10^6$

Nous avons ici encore un écoulement sûrement turbulent.

IV . 3 <u>Equation de Bernoulli dans le cas de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible</u> :

La présence des forces tangentielles dues à la viscosité du fluide montre qu'il y a production de travail qui va nécessairement intervenir dans l'équation de Bernoulli.
Ce travail par unité de masse de fluide à pour conséquence la perte de charge J (J/Kg)
La perte de charge correspond à un travail ou énergie mécanique , ce travail, conséquence de la viscosité de fluide, travail fourni par le système, est toujours négatif ;
Désignons ce travail par – J ; donc –J est toujours négatif.
La perte de charge J est toujours positive.
L'équation de Bernoulli s'écrit alors :

$$-J = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Sans échange de W

$$W_{12} - J = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Avec échange de W avec le milieu extérieur

IV . 4 Ecoulement permanent d'un fluide visqueux incompressible
Détermination des pertes de charge

La perte de charge définie précédemment a lieu aussi bien de les parties rectilignes de tuyauterie que dans les parties dites singulières, c'est-à-dire tout élément du circuit considéré qui n'est pas rectiligne une forme (coudes, rétrécissement, évasement, dérivation, robinet, clapets, etc.)

-1. Perte de charge répartie

Dans le cas d'une conduite circulaire, elle se calcule d'après la formule :

$$\Delta p_r = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \text{ en Pa}$$

avec

λ = coefficient de perte de charge répartie : il s'agit d'un coefficient sans dimension dont nous reparlerons ci-après ;

l = longueur de la conduite considérée, y compris les singularités, mesurée le long de l'axe en m ;

d = diamètre de la conduite en m ; nous en reparlerons ci-après dans le cas de conduites non circulaires ;

ρ = masse volumique du fluide considéré en kg/m³ ;

w = vitesse du fluide en m/s.

• En *écoulement laminaire*, λ est indépendant de la rugosité de la tuyauterie ou du conduit considéré — ainsi qu'on peut le démontrer mathématiquement — puisque :

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

et comme

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu},$$

il en résulte que la perte de charge répartie d'un écoulement laminaire est :

$$\Delta p_r = 64 \cdot \frac{\nu}{w \cdot d} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2$$

$$= 32 \frac{l}{d^2} \cdot \nu \cdot \rho \cdot w \text{ en Pa.}$$

La perte de charge répartie est donc proportionnelle à la vitesse ce qui exprime la *loi dite de Hagen-Poisseuilles*.

• En *écoulement turbulent*, il faut considérer deux cas suivant que la conduite e rugueuse :

– dans le cas d'une *conduite usse*, on a :

$$\lambda = 0{,}3164 / \sqrt[4]{Re},$$

la perte de charge répartie d'un é t turbulent dans une conduite lisse s'écrivant :

$$\Delta p_r = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{\frac{w \cdot d}{\nu}}} \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \text{ en Pa,} \qquad (6)$$

cette relation constituant ce qu'on appelle l'*équation de Blasius*.

<u>Dans les cas d'une conduite rugueuse,</u> le coefficient λ dépend de la rugosité relative ε/d .

Avec ε : rugosité absolue (en mm) [hauteur moy. Des irrégularités à l'intérieure de conduite]

d : diamètre de la conduite (en mm)

le tableau ci-dessous donne la rugosité absolue ε de différents conduits et tuyauteries :

Type de conduite	Rugosité ε en mm
Conduites étirées (cuivre, etc.)	0,0015
Conduites en PVC et polyéthylène	0,007
Conduites en amiante-ciment	0,05...0,1
Tuyauteries en acier du commerce	0,045
Tuyauteries en acier galvanisé	0,15
Tuyauteries en acier, rouillées	0,15...1,0
Tuyauteries en acier, très rouillées	1,0...3,0
Tuyauteries en fonte	0,4...0,6
Tuyauteries en fonte, asphaltées	0,125
Conduits en tôle d'acier, agrafés	0,15
Conduits souples agrafés en spirale	0,6...0,8 parfois jusqu'à 2,0
Conduits treillis métallique et enduit	1,5
Conduits maçonnés	3,0...5,0
Conduits en bois	0,2...1,0
Conduits en béton brut de décoffrage	1,0...3,0

<u>En résumé :</u>
A fin d'éviter des calculs, les spécialistes de mécanique des fluides (Prandtl, Karman, Nikuradse, Colebrook et surtout Moody) ont mis au point le digramme suivant permettant de déterminer facilement le coefficient λ, que le régime soit laminaire ou turbulent et que les conduites soit lises ou rugueuses.

Ce diagramme à été calculé à partir des équations suivantes :

- *dans le cas d'un écoulement dans des **conduites lisses** :*

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2{,}0 \lg \left(Re\sqrt{\lambda}/2{,}51\right)$$

λ ne dépend donc que de Re .

- *dans la cas d'un écoulement dans des conduites rugueuses :*

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg\left(\frac{\varepsilon/d}{3{,}71}\right) = 1{,}14 - 2{,}0 \lg \varepsilon/d$$

λ ne dépend que de la rugosité relative ε/d.

- ***En écoulement transitoire** :*
  Equation de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2{,}0 \lg\left(\frac{\varepsilon/d}{3{,}71} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda}}\right)$$

λ dépend de Re et ε/d.
la limite entre conduite lisse et conduite rugueuse est définie par la relation :

$$\left(Re\sqrt{\lambda}\right)\left(\varepsilon/d\right) = 200.$$

*2- **Perte de charge singulière** :*
Elle est donnée par la relation :

$$\Delta p_s = \zeta \, . \, \rho/2 \, . \, w^2 \qquad \text{en } P_a$$

Avec ζ : coefficient de perte de charge singulière de l'élément considéré (coude, robinets, etc.) sa valeur est donnée par les tableaux ci-dessous .

3- Perte de charge totale :

Elle est tout simplement égale à la somme de la perte de charge repartie Δp_r et de la perte de charge singulière Δp_s on a donc

$$\Delta p_t = \Delta p_s + \Delta p_r$$

$$\Delta p_t = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 + \zeta \frac{\rho}{2} w^2 \text{ en Pa.}$$

S'il y a plusieurs singularités :

$$\Delta p_t = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 + \Sigma\zeta \frac{\rho}{2} w^2$$
$$= \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \left(\frac{\lambda \cdot l}{d} + \Sigma\zeta \right).$$

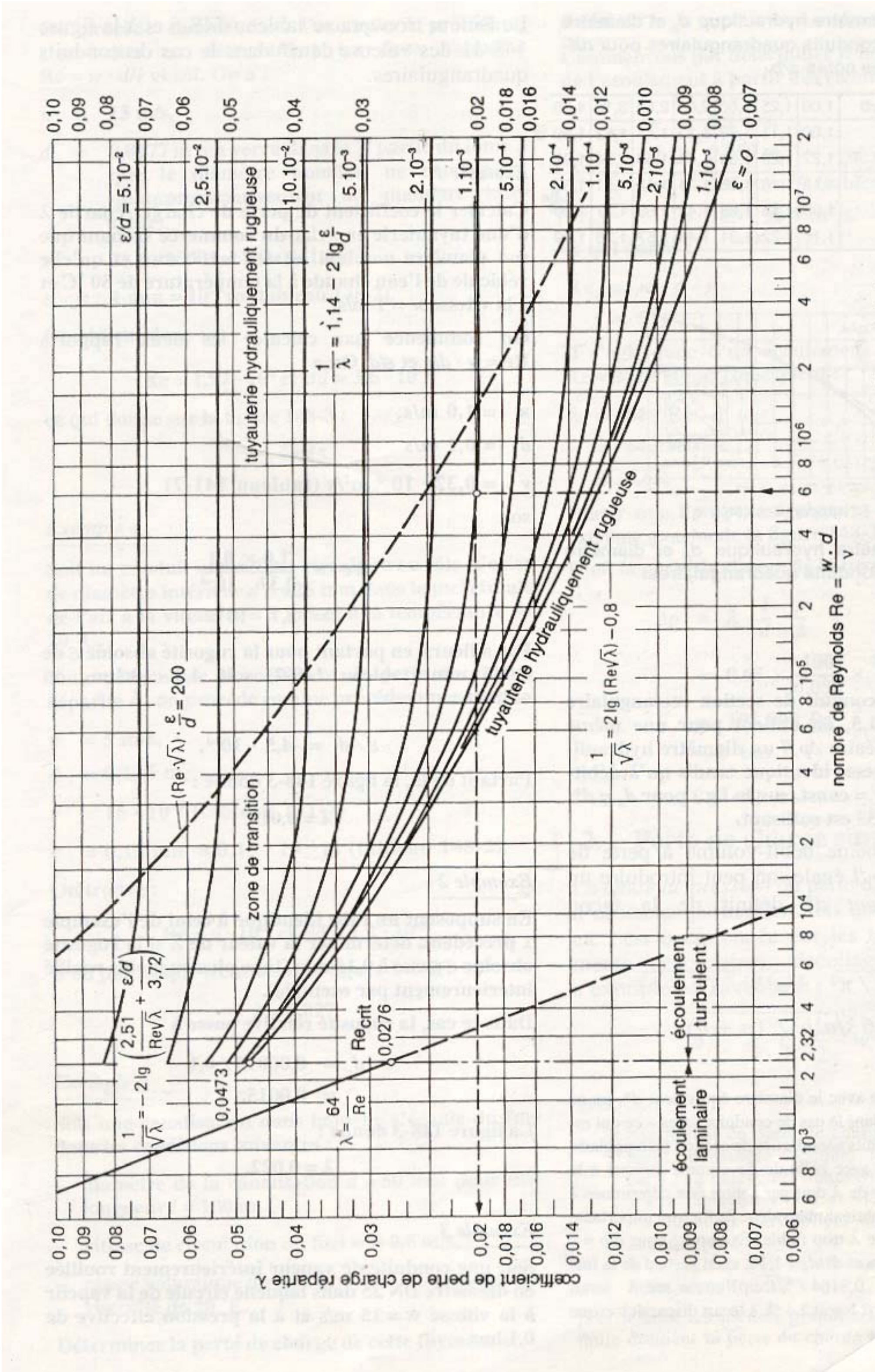


Fig. 148-3. Diagramme de Moody donnant le coefficient de perte de charge répartie λ d'une tuyauterie ou d'un conduit.

d = diamètre intérieur de la tuyauterie en m ; w = vitesse de l'écoulement en m/s ; ν = viscosité cinématique en m²/s ; ε/d = rugosité relative ; ε = rugosité absolue à faire intervenir avec la même unité que le diamètre (Diagramme extrait de l'ouvrage « Arbeitsmappe Heiztechnik, Raumlufttechnik, Sanitärtechnik » aux Éditions VDI à Düsseldorf).

Exemple : Pour $Re = 6 \cdot 10^5$ et $\varepsilon/d = 1 \cdot 10^{-3}$, on trouve $\lambda = 0{,}02$.

On peut également procéder différemment en calculant a quelle longueur de conduite est équivalente une singularité en posant :

$$l_{eq} = \zeta \frac{d}{\lambda}.$$

Et la perte de charge totale devient :

$$\Delta p_t = \lambda \cdot \left(\frac{l + l_{eq}}{d} \right) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2.$$

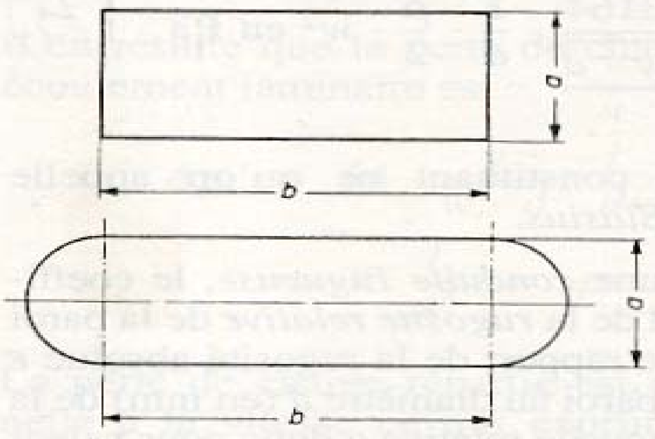
- *<u>les conduites non circulaire :</u>*
  dans la formule générale :

$$\Delta p_r = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \text{ en Pa.}$$

d : représente le diamètre réel de la tuyauterie, s'il s'agit d'une section circulaire. Pour une section non circulaire, on doit prendre comme diamètre, le diamètre hydraulique d_h défini ainsi :

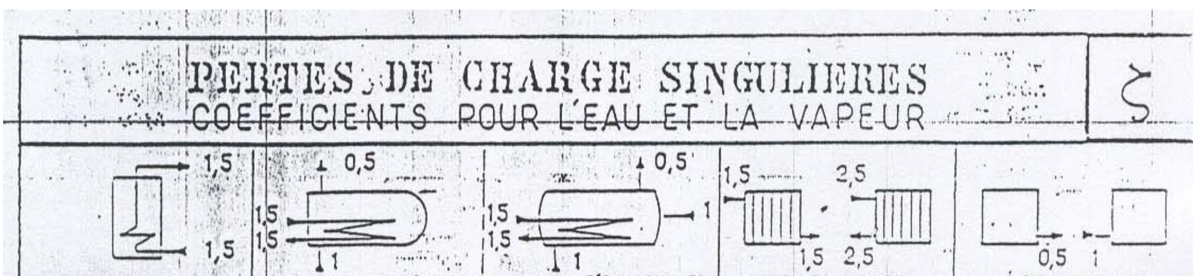
$$d_h = 4.S/P$$

avec S : section de la conduite considérée.
P : son périmètre



$$d_h = \frac{2ab}{a+b}$$

$$d_h = \frac{4a \cdot b + a^2\pi}{2b + a \cdot \pi}$$



***Objectif V) Machines hydrauliques** .*

« Dans ce chapitre le vous prendrez de différents types de pompes et ventilateurs employés dans l'industrie, leurs caractéristiques ,leurs principe de choix .»
V .1) Pompes :
Une pompes est une machine qui a pour rôle de déplacer un fluide »liquide au gazeux » d'un point à un autre en lui communiquant une augmentation de pression au cours de son passage à travers le corps de pompe.
Classification :

- *Pompes volumétriques :alternatives ou rotative.*
- *Pompes centrifuges : rotatives .*

V .1.a.) <u>Pompes volumétriques</u> :
Alternatives ou rotative .
V .1.b.) <u>Pompes centrifuges</u>
: basée sur la force centrifuge
Elles se composent d'une roue ou turbine qui tourne dans le liquide à pomper .
Cette roue comporte des aubes qui entraînent le liquide dans leur rotation et lui communique une vitesse .
Le liquide mis en vitesse est recueilli dans un corps creux appelé « volute » ou sa vitesse diminue grâce à l'augmentation progressive de la section de passage .
La vitesse acquise par le liquide dans la roue se transforme ainsi en pression .
Utilisation : les pompes centrifuges utilisées pour :

- *Alimentation des chaudières à vapeur .*
- *Circulation de l'eau chaude sous pression et de fluides caloporteurs .*

<u>V .1-1. Caractéristiques d'une pompes :</u>
Une pompe de type quelconque est caractérisées par :

- *Débit volumique q_v (m^3 /s) ou (m^3 /h)*
- *Hauteur manométrique totale H(m.C.E)*
- *Puissance absorbée P en (W)*
- *Vitesse de rotation n (tr /min)*
- *Rendement effectif η*

a) <u>Hauteur manométrique totale H</u> :

On appelle hauteur manométrique totale H_t d'une pompe la quantité d'énergie transmise par la pompe à l'unité de poids de fluide : exprimée en J/N = N.m/N = m (mCE)
<u>D'après le théorème de Bernoulli</u> , entre deux sections S_1 et S_2 au niveau z_1 et z_2 ,on écrit :

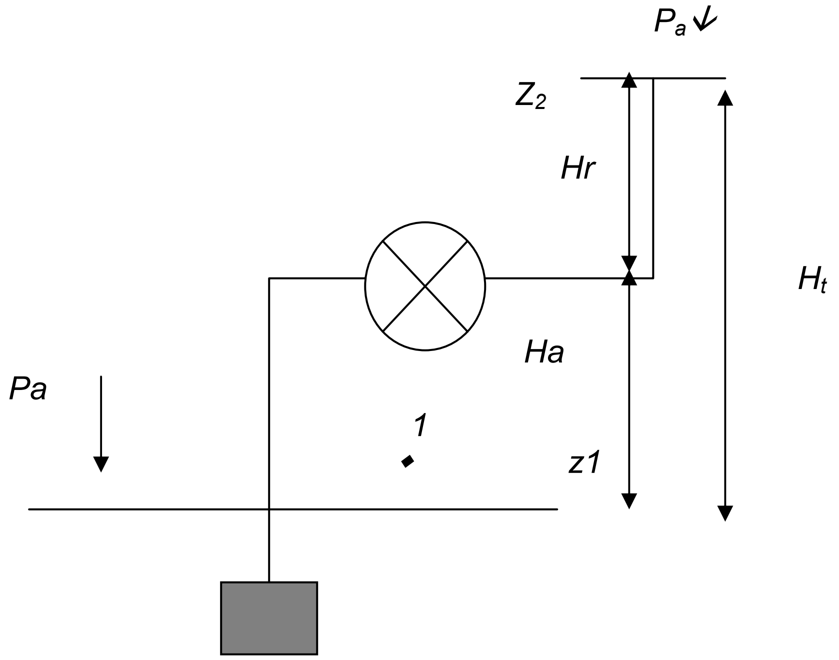
$H_t = (z_2 - z_1) + (P_2 - P_1) / \rho g + (C_2^2 - C_1^2) / 2g + \Delta P$

Avec ΔP : chute de hauteur manométrique due au frottements .

$\Delta P = (\lambda\, l /d + \Sigma\zeta)c^2/2g$ *en m.*

$H_t = ha + hr + J_a + J_r$

$H_t = H_{th} + \Delta P$



b)Puissance absorbée théorique :

La Puissance absorbée théorique pour assurer le débit Qv (m^3/s) sous la hauteur manométrique réelle Ht est :

$$\boxed{Pth = \rho g \, .q_v \, .Ht}$$

c)Rendement effectif :

Le rendement effectif d'une pompe ou rendement global dépend de :

1.rendement manométrique ou rendement hydraulique .

2. rendement volumétrique.

3.redement mécanique.

$\eta_{eff} = \eta_h \, . \, \eta_v \, . \eta_m$

d) Puissance réelle absorbée par la pompe .

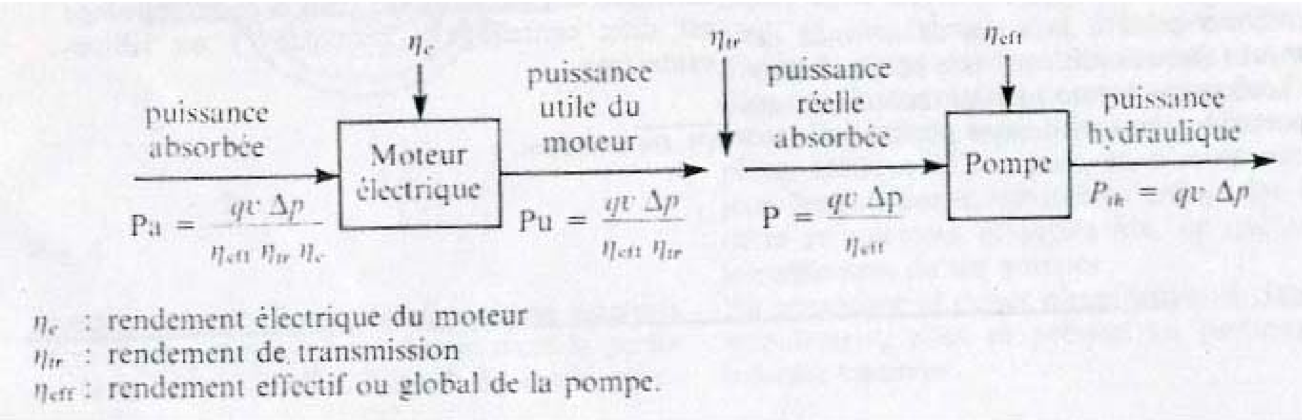
$$P_r = q_v \, . \, \rho g \, . H_t / \eta_{eff}$$ *Watts*

Avec $\Delta P_t = \rho g \, . H_t$

$$P_r = q_v \, . \, \Delta P_t \; / \; \eta_{eff}$$

ΔP_t *en* P_a

chute de pression

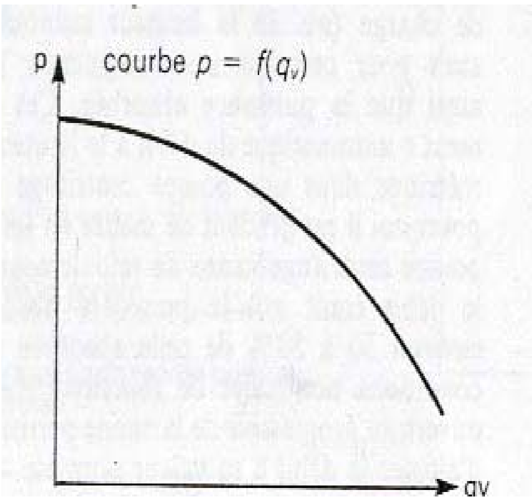


<u>*Le rendement global du groupe éléctropompe*</u>

$$\eta_g = \eta_{eff} \cdot \eta_{tr} \cdot \eta_e$$

e) Courbes caractéristiques des pompes centrifuges .

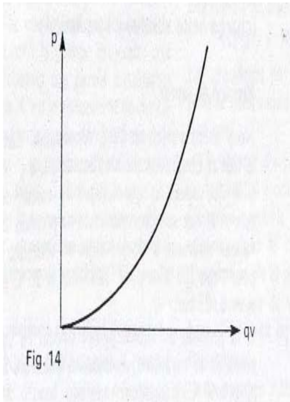
la courbe caractéristique est un graphique permettant de connaître les possibilités d'une pompe en matière de débit et de hauteur manométrique totale en (m.C.E)
-Courbe hauteur – débit : P = f (qv)
pour chaque pompe ,les courbes caractéristiques sont établies par le constructeur de celle-ci .



-**Courbe caractéristique d'un réseau hydraulique :**

Donne la relation entre perte de charge et débit pour un réseau bien déterminer

ΔP varie au carré du débit .

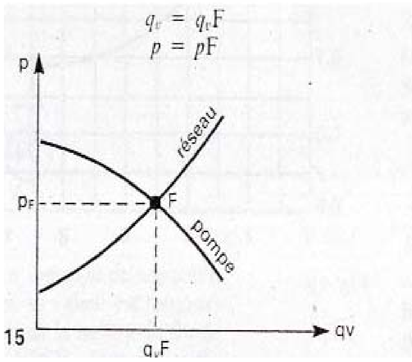


Cette courbe est déterminer à partir des paramètres du réseau(longueur, singularité, rugosité,….ect) c'est une parabole d'eq $P= a\ q_v^2+b$

- ***Point de fonctionnement .***

F : point de fonctionnement Quand une pompe est montée dans un réseau.

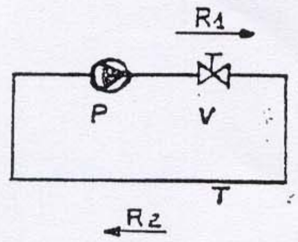
L'intersection de la courbe de pompe et celle du réseau donne un point de fonctionnement .

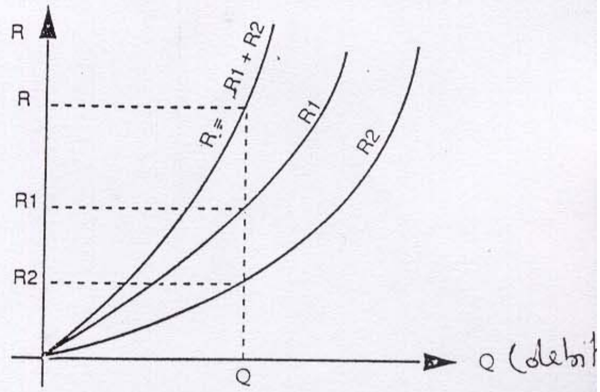


c)Exemple de courbe caractéristiques

-Tout le long d'un circuit les pertes de charges s'ajoutent

- Tout le long d'un circuit les pertes de charges s'ajoutent

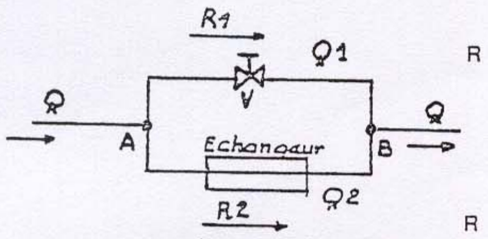


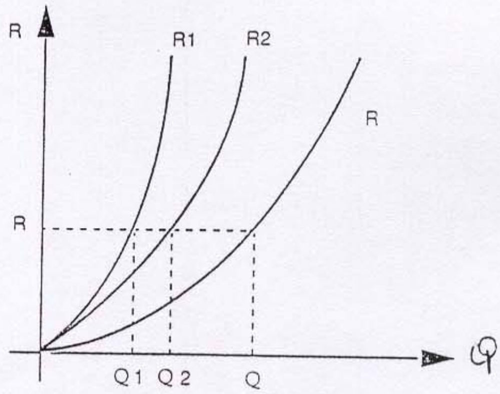


R1 perte de charge de la vanne en fonction du débit
R2 perte de charge de la tuyauterie en fonction du débit

- Pour un débit donné Q les pertes de charge s'ajoutent R = R1 + R2

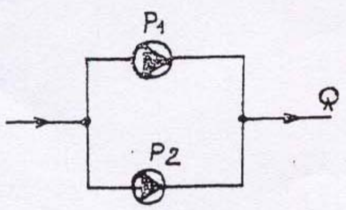
– CIRCUIT EN DÉRIVATION



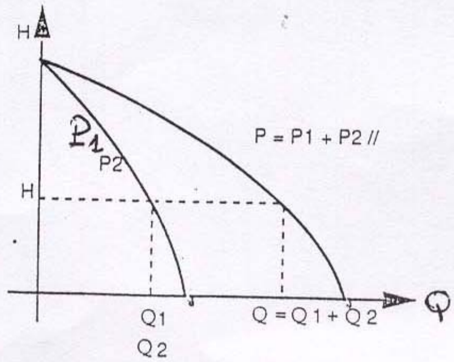


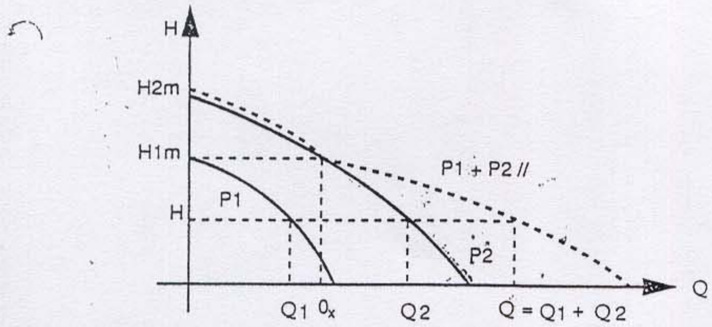
- Entre les points A et B la perte de charge est la même R1 = R2 = R
- Les débits s'ajoutent Q = Q1 + Q2

– POMPES COUPLÉES EN PARALLELE

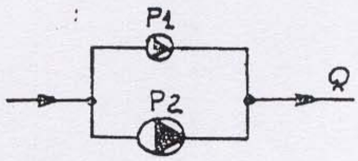


Pompes en // et identiques
Q=Q1 + Q2

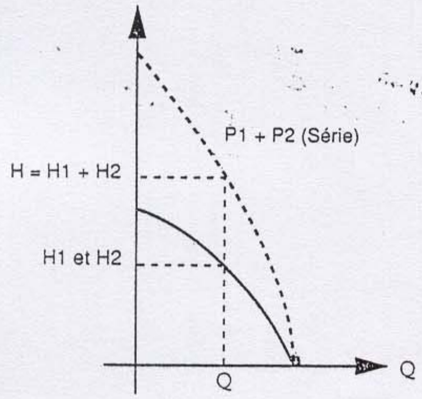




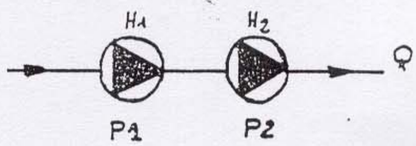
Pompes // et différentes
Q=Q1+Q2 jusqu'à H1m maxi
De H1m à H2m le débit Q varie comme Q2 : dans ce cas laisser tourner les 2 pompes ne sert à rien, il faut arrêter P1.

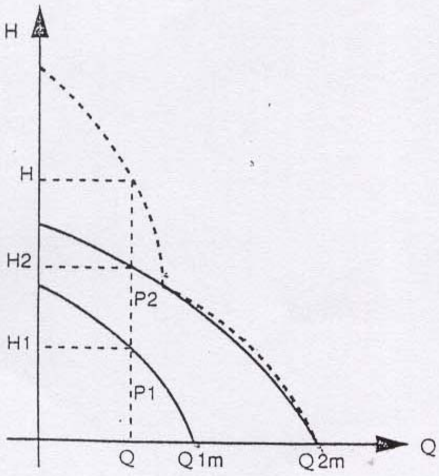


– POMPES EN SÉRIE

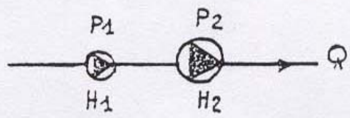


Pompes en série et identiques
Pour un débit Q on a
H = H1 + H2





Pompes en série différentes
Pour un débit variant de 0 à Q1m
on a H=H1+H2



Pour un débit variant de Q1m à Q2m, il ne sert à rien de laisser tourner les 2 pompes : le débit Q varie comme Q2. il faut arrêter la pompe P1

RAPPELS TECHNIQUES

PRESSION STATIQUE

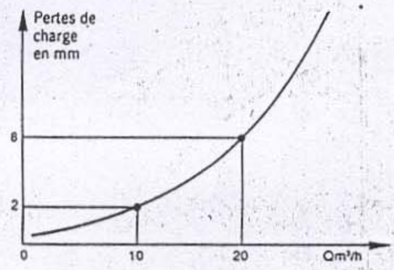
(hauteur de charge à l'aspiration)

Elle est égale à Hg + 0,5 à 1 bar en fonction de la température du circuit.

Nota : Il faut vérifier que la pression statique reste suffisante à l'entrée de la pompe ; notamment en circuit ouvert ou en terrasse.

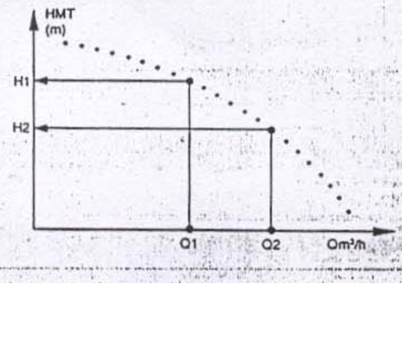
COMMENT DÉTERMINER LE REMPLACEMENT D'UNE POMPE (en cicuit fermé)

- **Connaître la résistance du réseau** (pertes de charge à vaincre dans la tuyauterie).



La courbe ci-dessus nous indique comment varie la résistance du réseau avec l'augmentation du débit.

- **Connaître la courbe hydraulique de la pompe**

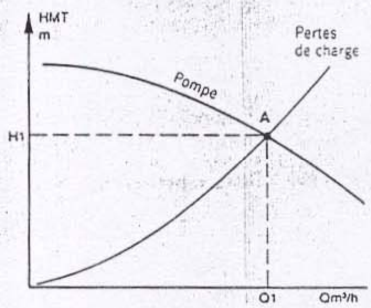


Ex : Q1 → H1 → Q2 → H2

- **Connaître le point (QxH) de fonctionnement de la pompe**

C'est à dire le point où se croisent la courbe hydraulique et celle des pertes de charge

A = **Point de fonctionnement**
Q1 = Débit
H1 = Hauteur manométrique totale



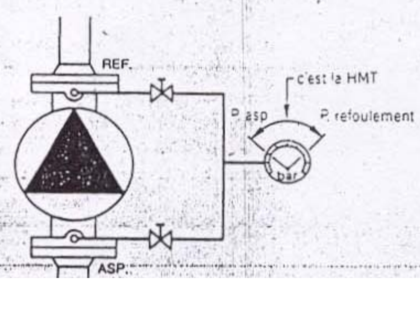
LA FONCTION DE LA POMPE EST DE VAINCRE LES PERTES DE CHARGE DU RÉSEAU

HAUTEUR MANOMÉTRIQUE TOTALE (HMT)

C'est la différence de pressions entre le refoulement et l'aspiration de la pompe.

Il est indispensable que celle-ci soit mesurée à partir d'un seul manomètre.

Elle s'exprime en mètres de colonne d'eau (CE) ou en bar.



RAPPELS TECHNIQUES

Modification des caractéristiques

Modification de la vitesse de rotation :

Sur une pompe volumétrique :

Si la pompe débite qv_1 (m^3/s) à n_1 (tr /min) à une vitesse de rotation n_2 (tr/min) le débit sera :

$q_{v2} = q_{v1} . n_2 / n_1$ (m^3/s)
$P_2 = P_1 \; n_2/n_1$ (Watt)

La pression reste constante si les pertes de charge dans les tuyauteries restent constantes

<u> Sur une pompe centrifuge</u> une variation de vitesse*
entraîne la modification de : -débit
-pression
-puissance absorbée

débit	$q_{v2} = q_{v1} \; n_2 / n_1$ (m^3/s)
pression	$H_{t2} = H_{t1} \; (n_2/n_1)^2$ (m)
puissance absorbée	$P_2 = P_1 \; (n_2/n_1)^3$ (Watt)

<u>*Modification du diamètre extérieur de la roue pour les pompes centrifuges</u>

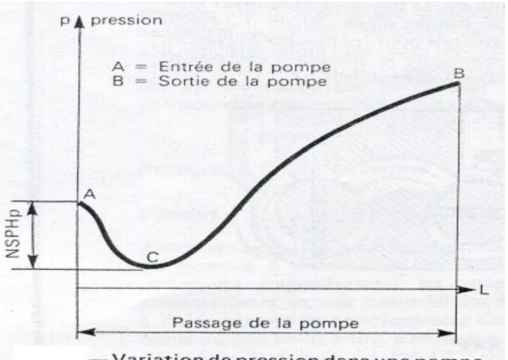
$$q_{v2}/q_{v1} = (D_2/D_1)^2$$

$$H_{t2}/H_{t1} = (D_2/D_1)^2$$

$$P_2/P_1 = (D_2/D_1)^4 \quad \text{1ere approximation}$$

<u>NPSH (charge nette absolue à l'aspiration) :</u>

Tout liquide à une pression de vapeur et que lorsque la valeur de celle-ci atteint sa valeur maximale de pression de vapeur saturante le liquide entre en ébullition : pour l'eau 100°C ; Si P_S = 1,013 bar et 20°C si P_S=0,023bar Si la pression du liquide pompé devient en un point de la tuyauterie d'aspiration inférieure à Ps (pour θ°C) le liquide se vaporise.



— Variation de pression dans une pompe centrifuge.

<u>CAVITATION :</u>

Dans une pompe centrifuge , c'est à l'entrée de la roue que la pression statique est la plus faible du fait de l'augmentation de vitesse de fluide et des pertes de charge.

Dans la pompe , point C la pression peut être plus basse qu'a l'entrée point A
Cette différence de pression est appelée NPSH de pompe (NPSHp)

Si en ce point C , il y a début de vaporisation , le liquide est repressurisé par la roue. Les bulles de vapeur se condensent brusquement et implosent, ce qui rend la pompe bruyante crée des chocs et érode le matériau :

C'est le phénomène de cavitation qui s'accompagne de bruits, de vibrations et de pulsations de débit et de pression de refoulement

Pour éviter la cavitation, il faut que la pression totale à l'entrée de la pompe soit supérieure à la tension de vapeur saturante du liquide transporté (P_s) d'une quantité minimale appelée NPSH requis

.***NPSH requis (ou minimum ou NPSH de pompe) :***

On distingue le NPSH de l'installation (NPSHdisponible) qui ne dépend que des conditions dans les quelles le liquide est pompé et de la configuration de la tuyauterie d'aspiration et ($NPSH_p$) qui lui ne dépend que des caractéristiques de la pompe,(vitesse et pertes de charges internes) c'est une valeur variable pour chaque pompe en fonction de son débit et de sa vitesse
de rotation , sa valeur est toujours positive et indépendante de la nature du fluide transféré.

$NPSH_p$, donné par le constructeur
$NPSH_d$, à calculer pour chaque installation
Conclusion :
*pour q'une pompe fonctionne sans caviter, il faut toujours : $NPSH_d$ **>** $NPSH_p$*
Les valeurs les plus courantes sont :

$$NPSH_d - NPSH_P = 0.5 \text{ a } 2 \text{ m CE}$$

Les grandeurs physiques à prendre en compte pour la détermination du $NPSH_d$ sont
- *la hauteur d'aspiration : ha (m)*
- *la pression de vapeur saturante P_s (θ°C) en bars absolus du liquide pompé à la T° de pompage .*
- *la pression P(bar absolu) s'exerçant sur la surface du liquide à l'aspiration.*
- *la masse volumique ρ (kg / m^3) du liquide à pomper .*
- *la perte de charge J_a (m) dans la conduite d'aspiration .*

Les valeurs de ces différents paramètres permettent de calculer le $NPSH_d$ en appliquant les formules suivantes :

Fonctionnement en aspiration :

$$NPSH_d = \frac{(p - ps)\,10^5}{\rho\, g} - ha - Ja > NPSH_r$$

<u>Fonctionnement en charge :</u>

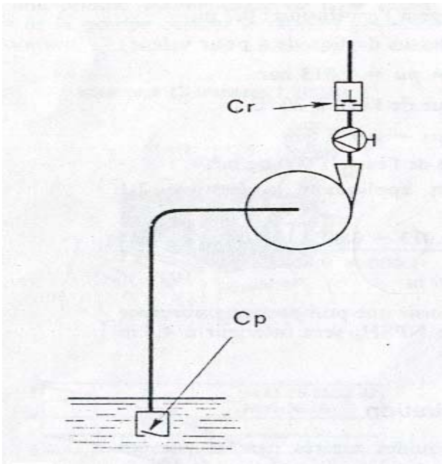
$$NPSH_d = \frac{(p - ps)\,10^5}{\rho\, g} + hc - Ja > NPSH_r$$

<u>Hauteur d'aspiration :</u>

Les plans des liquides aspirés par les pompes , étant sauf cas particuliers ,soumis à la pression atmosphérique ,la hauteur théorique d'aspiration correspondra à la valeur de cette pression en mètre du liquide pompé , compte tenu des pertes de charge dans la conduite d'aspiration ,

ha ≈ 5 à 6 mCE.

<u>Amorçage :</u>



Les pompes volumétrique sont auto amorçant . par contre les pompes centrifuges ne peuvent être mises en service si le corps de pompe et la tuyauterie d'aspiration ne sont pas remplis de liquide. Par construction une pompe centrifuge n'a pas de clapets d'aspiration et refoulement. A l'arrêt de la pompe nous aurons vidange de l'eau contenu dans le corps de pompe et les tuyauterie d'aspiration et de refoulement , si l'installation ne comporte pas de clapet de retenue Cr ni de clapet de pied Cp.

Sur le corps de pompe est prévu un orifice permettant le remplissage éventuel de celui-ci et de la tuyauterie d'aspiration (robinet d'amorçage).

Si la pompe aspire (en charge) sur un bac à eau ou à saumure, ces dispositifs ne sont pas à prévoir .

Fonctionnement:

Le mouvement de la roue engendre une dépression au début du canal, en regard de la lumière d'aspiration: le gaz et le liquide sont admis dans l'étage..

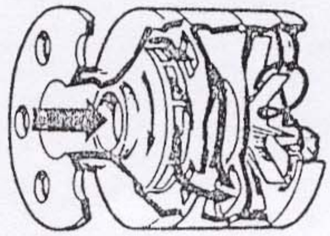
Le canal d'évacuation d'air provoque un effet de piston liquide : le gaz rassemblé à la base des ailettes est rejeté par l'orifice d'évacuation d'air, le liquide est évacué par la lumière de refoulement.

POMPES COMBINEES

A canal latéral

Le premier des étages à canal latéral est précédé d'une roue centrifuge à bas NPSH qui l'alimente sous faible pression.

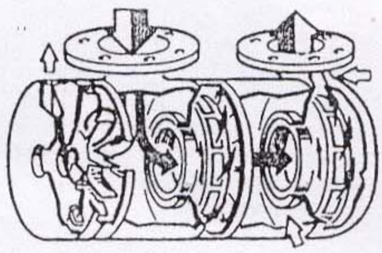
Ces pompes auto-amorçantes ont un très bas NPSH. (jusqu'à 10cm)



POMPE CENTRIFUGE COMBINEE

Un élément de pompe à canal latéral fonctionne en parallèle avec les étages centrifuges

Ces pompes auto-amorçantes ont un grand débit.



Coup de bélier :

Lorsque l’on arrête brutalement la circulation d’un liquide dans une tuyauterie il se crée une surpression appelé « Coup de bélier » .

Elle peut aussi être engendrée par un brusque démarrage de pompe (et) ou par une fermeture trop rapide d’une vanne ou d’un clapet.

Explication du phénomène :

Avant l’arrêt de la pompe la masse de liquide circule à une vitesse moyenne constante au moment de l’arrêt , cette masse de liquide va continuer à circuler pendant un temps très court créant au voisinage de la pompe une dépression , celle-ci va donner naissance à une << onde de dépression >>qui va parcourir toute la tuyauterie à la vitesse du son puis se réfléchir sous la forme d’une << onde de pression>> .C’est alors qu’apparaît le << Coup de bélier >> qui peut engendrer de graves détériorations .

***Solutions possibles** :*

- *Mise en marche ou arrêt progressif des pompes .*
- *Soupape de sécurité anti-coup de bélier .*

V .2 VENTILATEURS

a) *Généralités :*

Les ventilateurs ont un rôle important dans les chaufferies, soit pour refouler l'air dans les foyers, soit pour maintenir une certaine pression dans ceux-ci (foyers pressurisés), ils sont aussi appelés à véhiculer des fluides poussiéreux ou non , chauds ou froids .

La hauteur manométrique totale dont ils sont capables est une caractéristique commune avec les pompes, mais sa valeur est beaucoup plus faible (mm.C.E ou Pa).

Le fluide dont il est question ici est compressible et cette particularité différencie également les ventilateurs des pompes . Il en est tenu compte dans la détermination des sections de passage

b) *Classification :*

Les appareils les plus répandus sont du type centrifuge, les ventilateurs hélicoïdes désignés aussi sous le nom de ventilateurs axiaux

- *ventilateurs centrifuge :*
  sont constitués par une partie fixe appelé volute
- *une partie mobile comportant une ou 2 roues ou turbines*
- *la volute est une conduite en tôle en forme d'escargot, dont la section va en croissant jusqu'à la sortie*
- *ventilateurs hélicoïdes :*
  la roue est constituée par un moyeu sur lequel est fixé un certain nombrs de pales correspondant à une surface hélicoïde

c) *courbes caractéristique des ventilateurs*

les caractéristiques du ventilateur seront :

- *le débit volumique :* q_v *(*m^3 / h *ou* m^3/s*)*
- *le débit masse :* q_m *(kg /h ou kg /s)*
  avec $q_m = \rho q_v$
- *la pression totale :* p_t
- *la puissance absorbée P en (W ou kW)*
- *le rendement effectif* n_{eff}
- *la vitesse de rotation n (tr/min)*
- *le niveau de puissance acoustique Lw en décibels (dB)*
  Les valeurs de ces caractéristiques données par les constructeurs de ventilateurs le sont pour de l'air pris à 20°C et $\rho = 1.2\ kg / m^3$
- *pression totale :*ΔP_t *:*
- *la pression totale fournie par un ventilateur :* $\Delta P_t = P_r - P_{as}$
- *hauteur manométrique – pression : la hauteur manométrique représentant la pression que doit nous fournir le ventilateur a pour valeur*
  $h_t = J_a + J_r$ *en termes de hauteur*
  ou $P_t = \Delta P_a + \Delta P_r$ *en termes de pression*
- *puissance absorbée théorique :*
  Pour assurer un débit d'air sous une pression Tt, Pth= qv Pt (W)

- Rendement effectif : $n_{eff} = n_h \,.\, n_v \,.\, n_{méc}$

- les valeurs moyennes : $\eta_h = 0.7$ à 0.8 $\eta_v = 0.9$ à 0.95 $\eta_m = 0.95$

$n_{eff} = 0.6$ à 0.72

Puissance réelle absorbée :

$$P_r = P_{th} / n_{eff}$$

Les courbes établies par le constructeur :
$P = f(q_v)$ courbe pression - débit
$n = f(q_v)$ courbe rendement - débit
$P = f(q_v)$ courbe puissance – débit

- Modification des caractéristiques :

a) modification de la vitesse de rotation

$q_{v1} = q_v \; n_1 / n$ (m^3/s)
$q_{m1} = q_m \; n_1 / n$ (kg /s)
$P_{t1} = P_t \,(n_1 / n)^2 P_a$ $P_1 = P(n_1 / n)^3$ Watt

b) variation de la masse volumique :

Débit volume	$q_{v1} = q_v$
Débit masse	$q_{m1} = q_m \; \rho_1 / \rho$
Pression totale Puissance	$P_{t1} = P_t \,.\, \rho_1 / \rho$ $P_{th1} = P_{th} \; \rho_1 / \rho$

c) Influence de la température

$\rho_1 / \rho = T/T_1$

$q_{v1} = q_v$

$q_{m1} = q_m \,.\, T/T_1$

$P_{t1} = P_1 \,.\, T/T_1$

$P_1 = P \,.\, T/T_1$

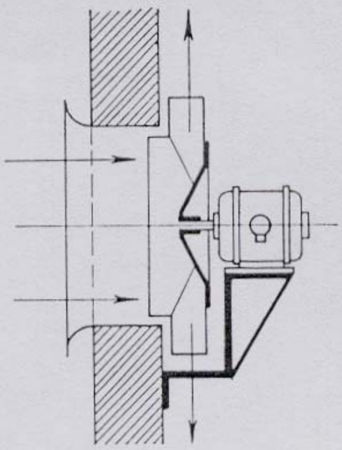


Fig. 34

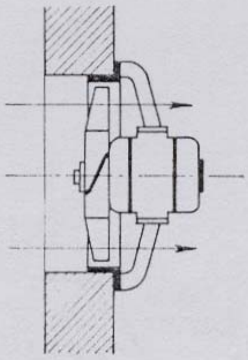


Fig. 35

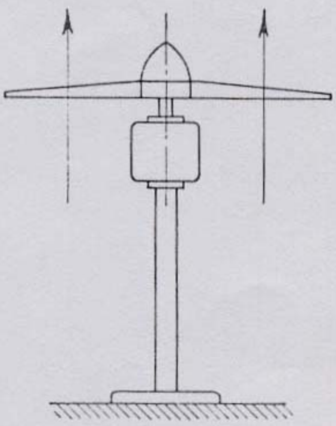


Fig. 36

SUIVANT LA PRESSION

Les ventilateurs, quelles que soient les trajectoires des filets de gaz sont alors classés en :

— ventilateurs « basse pression » si $p_e \leqslant 700$ Pa (71,4 mm de hauteur de colonne d'eau);

— ventilateurs « moyenne pression » si

$$710 \leqslant p_e \leqslant 3\,500 \text{ Pa}$$

(357 mm de hauteur de colonne d'eau);

— ventilateurs « haute pression » si

$$3\,500 \leqslant p_e \leqslant 20\,040 \text{ Pa}$$

(1,965 mm de hauteur de colonne d'eau).

Ces pressions sont quelquefois données en centipièzes. Nous rappelons l'équivalence entre le pascal, le centipièze et le millimètre de hauteur de colonne d'eau :

1 Pa = 0,1 cpz (centipièze) = 0,102 mm de hauteur de colonne d'eau.

Dans les installations frigorifiques et de climatisation les ventilateurs assurent la circulation d'air :

— sur les condenseurs à air et sur les évaporateurs ou frigorifères;

— dans les gaines de distribution d'air placées dans les chambres froides;

— sur les économiseurs d'eau (tours de refroidissement d'eau) et sur les condenseurs à évaporation forcée;

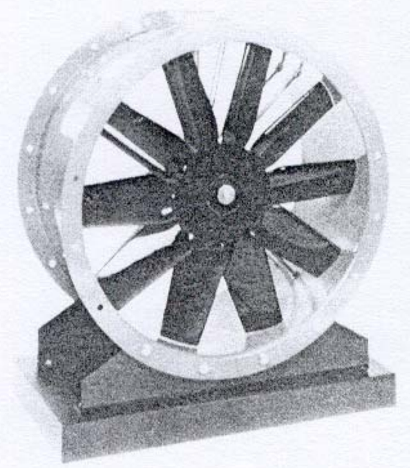
— pour le renouvellement d'air dans les chambres froides.

Les ventilateurs hélicoïdes sont utilisés pour les trois premiers cas concurremment avec les ventilateurs centrifuges si des considérations de bruit interviennent ce qui est le cas général des conduits de distribution d'air dans des locaux climatisés (les ventilateurs centrifuges sont silencieux). Les ventilateurs centrifuges pour le dernier cas car ils permettent l'obtention de débits faibles sous des pressions élevées.

Ventilateurs hélicoïdes

Les ventilateurs hélicoïdes (ou hélicoïdaux) servent au déplacement de grands volumes d'air sous de faibles pressions de 50 à 250 Pa (5 à 25 mm de colonne d'eau environ). Ils ont l'inconvénient d'être bruyants.

Dans ce type de ventilateur la circulation de l'air se fait sensiblement parallèlement à l'axe de rotation de l'hélice. Ces ventilateurs ne comportent



Ventilateur hélicoïde.
(Doc. Woods)

pas de volute mais une virole cylindrique de section constante réduite à un simple pavillon d'aspiration ou même à une couronne dans les ventilateurs « muraux ». A l'intérieur de cette virole tourne une roue munie de pales (3 à 12) qui peut être en tôle ou en alliage léger coulé. Ces pales sont plates ou galbées, avec un profil rappelant celui d'une aile d'avion. Elles comportent alors un bord d'attaque (1) et un bord de fuite (2) (fig. 37, a, b, c). Cette roue est montée en bout d'arbre du moteur de commande et tournera donc à la même vitesse que celui-ci.

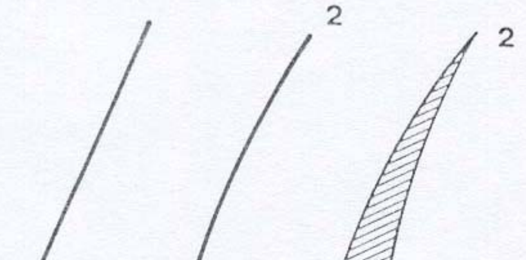
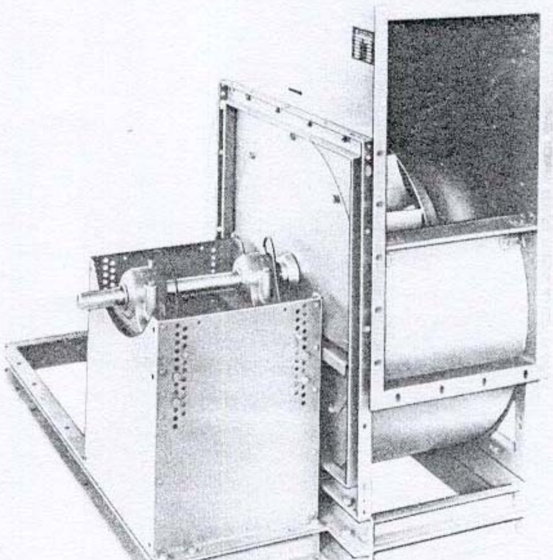


Fig. 37. – Pales de ventilateurs hélicoïde :
a) Plate en tôle;
b) Galbée en tôle;
c) Galbée (alliage léger coulé).

Lorsque ces ventilateurs doivent donner des pressions élevées ($p_e > 320$ Pa) l'enveloppe comporte un aubage fixe qui, s'il est placé en amont de la roue prend le nom d'inclineur; et de redresseur s'il est placé en aval de la roue; une ogive de guidage des filets d'air complète bien souvent l'ensemble. Les ventilateurs hélicoïdes sont des machines réversibles; l'inversion du sens de rotation de la turbine provoquant une inversion du sens de circulation d'air. Si les pales de la turbine sont plates le même débit et le même rendement sont obtenus, par contre, si les pales sont galbées, l'inversion du sens de rotation provoquera une inversion du sens d'écoulement de l'air, mais la turbine travaillant par son bord de fuite nous donnera un débit inférieur au débit normal. Un retournement de la turbine conjugué avec l'inversion du sens de rotation nous permettra de retrouver les conditions initiales de fonctionnement.

Ventilateurs centrifuges

Nous retrouvons tous les éléments déjà cités dans les pompes centrifuges et en sus un pavillon d'aspiration, dirigeant les filets d'air vers la roue :



Ventilateur centrifuge simple aspiration, turbine à réaction.
(Doc. Gebhardt-RER 18-800)

nous aurons donc (fig. 38) un pavillon d'aspiration (1) une roue (2) clavetée sur l'arbre d'entraînement, une volute (3) en forme de colimaçon. Les filets d'air qui se présentent à l'entrée de la roue parallèlement à l'axe de rotation s'infléchissent dans la turbine et quittent la roue dans une direction perpendiculaire à l'axe de rotation à vitesse élevée. La volute a pour rôle de faire chuter cette vitesse afin d'augmenter la pression de sortie de l'air. Pour des débits importants le ventilateur peut être à deux ouïes, l'aspiration de l'air se faisant de part et d'autre de la volute (fig. 39).

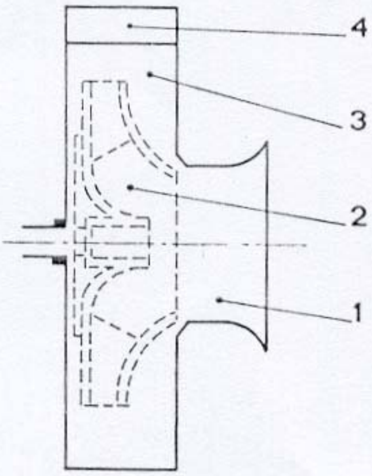


Fig. 38

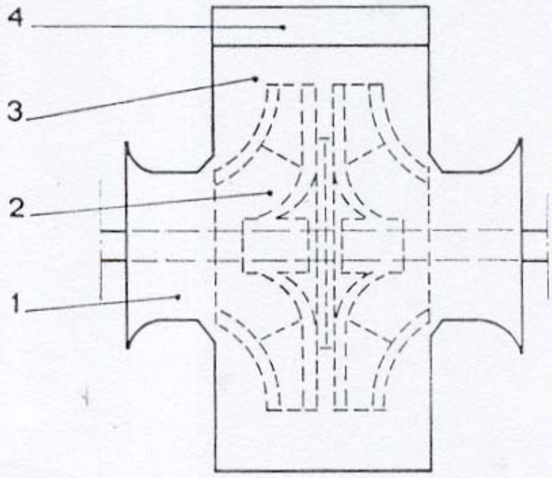


Fig. 39

Parmi les ventilateurs centrifuges utilisés dans les installations frigorifiques et climatiques, on distingue plusieurs types de roues qui se différencient par la forme des aubes (fig. 40). On peut citer à titre d'exemple :

— ventilateur centrifuge à aubes inclinées vers l'avant (ventilateur à action) ;
— ventilateur centrifuge à aubes inclinées vers l'arrière (ventilateur à réaction) ;
— ventilateur à aubes radiales (peu utilisé dans le domaine du froid et de la climatisation).

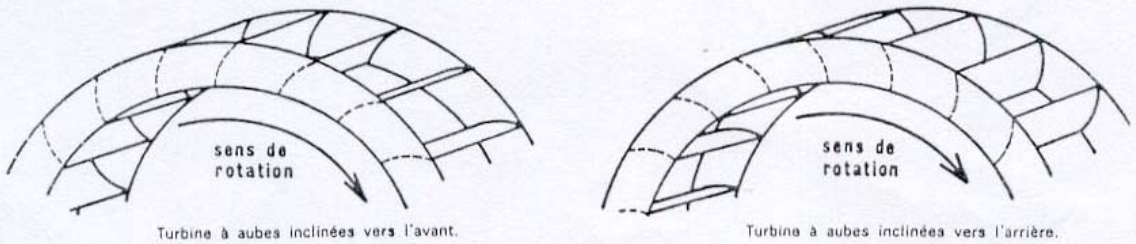


Fig. 40

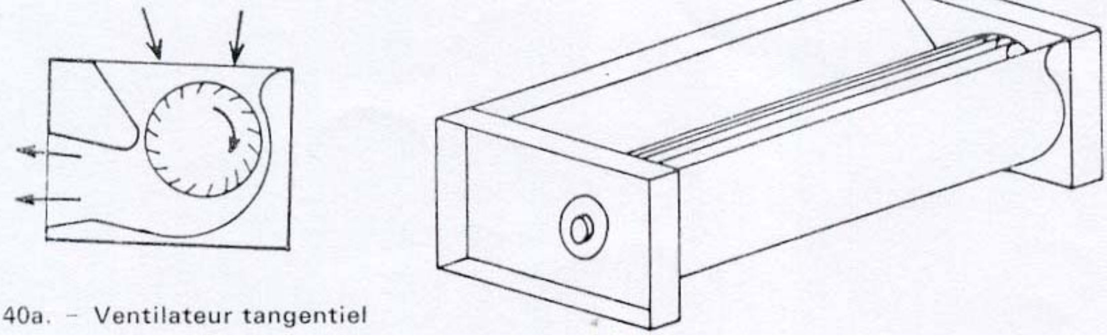
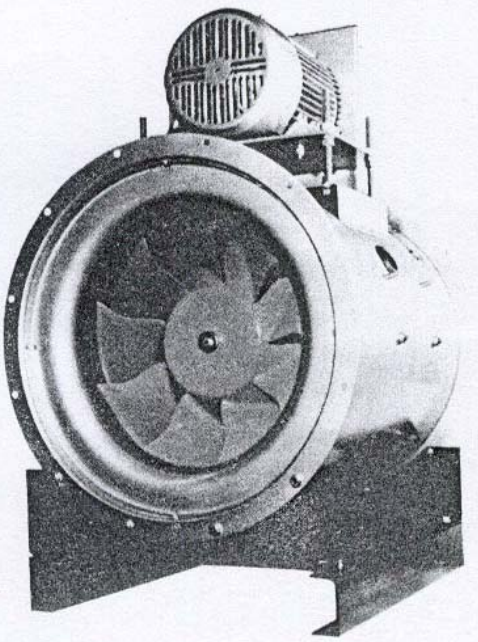


Fig. 40a. – Ventilateur tangentiel

Ventilateurs hélicocentrifuges

Intermédiaires entre les ventilateurs centrifuges et les ventilateurs hélicoïdes, ils comportent les mêmes éléments constitutifs que les ventilateurs centrifuges. Leurs caractéristiques sont intermédiaires entre celles des ventilateurs centrifuges et hélicoïdes.



Ventilateur hélicocentrifuge (Doc. Woods)

Les ventilateurs centrifuges et hélicocentrifuges ne sont pas réversibles; une inversion du sens de rotation normal provoquera un débit faible, mais l'air sortira toujours du ventilateur par l'orifice de refoulement.

Ventilateur tangentiel (fig. 40 a)

L'aspiration et le refoulement de l'air se font radialement. La roue de faible diamètre peut atteindre une largeur de 1 m.
Principaux avantages :
— faible niveau sonore
— encombrement réduit
— courbe caractéristique stable.
Inconvénients :
— faible pression totale
— faible rendement.

Caractéristiques d'un ventilateur

Considérons un ventilateur, d'un type quelconque, inséré dans un circuit de ventilation (fig. 41).

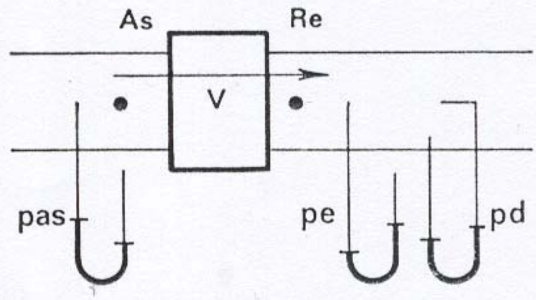


Fig. 41

Les caractéristiques du ventilateur seront :

— le débit volumique : q_v m³/h ou q_v m³/s ;
— le débit masse : q_m kg/h ou q_m kg/s ;
— la pression effective : p_e en pascals [1] ;
— la pression totale : p_t en pascals [1] ;
— la puissance absorbée P en watts ou kilowatts ;
— le rendement effectif η_e ;
— la vitesse de rotation n tr/min ;
— le niveau de puissance acoustique L_w en décibels (dB).

Les valeurs de ces caractéristiques données par les constructeurs de ventilateurs le sont pour de l'air pris à 20 °C et de masse volumique $\rho = 1{,}2$ kg/m³.

1. Débit volumique q_v

Quel que soit le type de ventilateur, il dépend des dimensions géométriques de celui-ci, exprimé comme déjà indiqué en m³/h ou m³/s.

2. Débit masse q_m

C'est le nombre de kilogrammes d'air sec qui traverseront le ventilateur, il s'exprimera soit en kilogrammes par heure soit en kilogrammes par seconde. Le débit masse q_m est lié au débit volume q_v par la relation

$$q_m = q_v \, \rho$$

ρ : masse volumique de l'air où a été calculé le débit volume.

(1) *Bien que le pascal soit l'unité légale de pression, on exprime souvent ces grandeurs en millimètres de colonne d'eau.*

Module : Ecoulement des fluides

GUIDE DES TRAVAUX DIRIGES

I. TD.1

I.1. Objectif(s) visé(s) :

- *Connaître les propriétés d'un fluide*
-

I.2. Durée du TP:

4 Heures

I.1. Qu'appelle-t-on un fluide isotrope.

I.2. Quelle est la différence entre un liquide et un gaz.

I.3. Définir les forces de surface et les forces de volume

I.4. La masse volumique de l'air à 0°C et à la pression atmosphérique normale $10{,}13\ 10^4\ N/m^2$ est $\rho = 1{,}293\ kg/m^3$

- *Déterminer le volume massique de l'air dans ces conditions*
- *Dans les mêmes conditions, quel est le volume occupé par 0,5 KG d'air*

Rép : $V' = 0{,}77\ m^3/kg$; $V = 0{,}387\ m^3$

II.TD.2

II.1. Objectif(s) visé(s) :

- *Connaître la pression en un point du fluide.*
- *Connaître les lois qui régissent les fluides au repos.*

II.2. Durée du TP:
3 Heures

II.1

Exprimer en différentes unités une pression atmosphérique de 740 mm de mercure

II.2

Un tube manometrique fait un angle de 30° avec l'horizontal.
Le niveau de l'eau dans le tube est à la division 120 mm sur la règle.
Quelle est la pression effective du gaz dans le réservoir ?
Rép : P_{ef}= 600 N/m^2 .
.

II.3

Calculer la pression de l'eau au point bas d'une conduite de distribution d'eau, l'altitude de la surface libre dans le château d'eau est Z1= 195 m
l'altitude du pt bas est Z_2 = 82 m.
A quelle pression effective est soumise la paroi de la conduite ?
On donne $g = 10 m/s^2$ $\rho = 10^3\ kg/m^3$ $P_a = 10 N/cm^2$.
Réponse : $Peff = P_2 - P_a = \rho g\,(Z_1 - Z_2) = 113\ 10^4\ N/m^2$ ($113 N/cm^2$)
$P_2 = 123\ 10^4 N/m^2$

II.4

La section de sortie d'une conduite circulaire diamètre 1,2m est fermée par une vanne-papillon de plan vertical.
Hauteur de la surface libre de l'eau au dessus du centre du papillon 5m.
Déterminer la poussée sur le papillon.
Rép : $F = 56,5\ 10^3$ N.

II.5

Déterminer la tension T du fil très fin qui supporte une masse d'acier de 20 kg plongée dans l'eau.
On donne : $\rho_s = 7800\ kg/m^3$ $g = 10\ m/s^2$ $\rho e = 10^3\ kg/m^3$
Rép: T = 175 N

III.TD.3

III.1. Objectif(s) visé(s) :

- *Savoir appliquer, les lois qui régissent les fluides en écoulement : loi de Bernoulli et Bernoulli généralisé.*
- *Déterminer les paramètres physiques d'un fluide en écoulement.*

III.2. Durée du TD:
10 Heures

III

1. Niveau de l'eau dans un château d'eau : $z_1 = 325$ m.
Point le plus bas du réseau de distribution : $z_2 = 240$ m.
Calculer la vitesse de l'eau à la sortie d'un robinet placé à ce point le plus bas.
Le robinet a un diamètre intérieur $d = 15$ mm.
Quel serait le débit en volume de l'eau, le robinet étant ouvert au maximum.

NOTA : Le jet de l'eau à la sortie du robinet est entouré d'air à la pression atmosphérique, donc $p_2 = p_a$.

Réponses : $\mathbf{c_2 \approx 41\ m/s,\ q_v = 7{,}2\ dm^3/s}$

2. Considérer le tuyau d'alimentation d'une lance à incendie à la sortie de la pompe (point 1) et la lance elle-même (sortie, point 2).
Négliger la différence d'altitude $(z_2 - z_1)$.
En 2 : $p_2 = p_a$, $c_2 = 100$ m/s.
En 1 : $c_1 = 10$ m/s.
Calculer la pression de l'eau p_1, nécessaire pour obtenir cette vitesse $c_2 = 100$ m/s.

Réponse : $\mathbf{p_1 = 505\ N/cm^2}$

3. Une pompe aspire l'eau d'un puits.
La pression de l'eau dans la conduite d'aspiration au niveau de la pompe installée à la sortie du puits doit être au moins égale à 40 000 N/m², soit 4 N/cm².
Vitesse de l'eau dans la conduite d'aspiration 3 m/s.
Déterminer la différence d'altitude de l'eau dans le puits et de l'eau à l'entrée de la pompe.

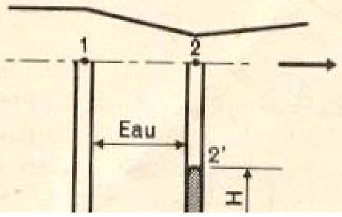
Réponse : $\mathbf{H \approx 5{,}55\ m}$

Le tube manométrique en U à mercure est relié aux prises de pression 1 et 2 d'un venturi par des tubes remplis d'eau (*fig.* 7).
En appliquant la loi de la statique des fluides entre les points 1-1′, 2-2′, 1′-2′, montrer que :

$$p_1 - p_2 = (\rho' - \rho)\ g.H.$$

ρ' et ρ, masses volumiques du mercure 13 600 kg/m³ et de l'eau 1 000 kg/m³ ; $g = 9{,}8 \text{m/s}^2$.
On mesure H = 80 mm.
Calculer la vitesse c_1 ; le venturi utilisé est celui de la quatrième application de la leçon.

Réponse : $\mathbf{c_1 = 4\ m/s}$



2. Une conduite forcée va d'un barrage-réservoir (altitude 845 m) à la turbine (altitude 625 m).
Le débit maximal est $q_V = 0{,}4\ \text{m}^3/\text{s}$ et la vitesse de l'eau dans la conduite doit être inférieure ou égale à 6 m/s.
Déterminer le diamètre de la conduite et la pression effective maximale à laquelle est soumise sa paroi.

Réponses : **d = 300 mm, ≈ 218 N/cm²**

1. Considérer une pompe entre sa bride d'entrée (point 1) et sa bride de sortie (point 2).
On a mesuré :
$p_1 = 10 \times 10^4$ N/m², $c_1 = 4$ m/s,
$p_2 = 40 \times 10^4$ N/m², $c_2 = 8$ m/s,
différence d'altitude $z_2 - z_1 = 1{,}2$ m.
Déterminer le travail reçu par chaque kilogramme d'eau dans la traversée de la pompe.
La pompe fournit un débit de 12 dm³/s ; quelle est la puissance absorbée par la pompe ?

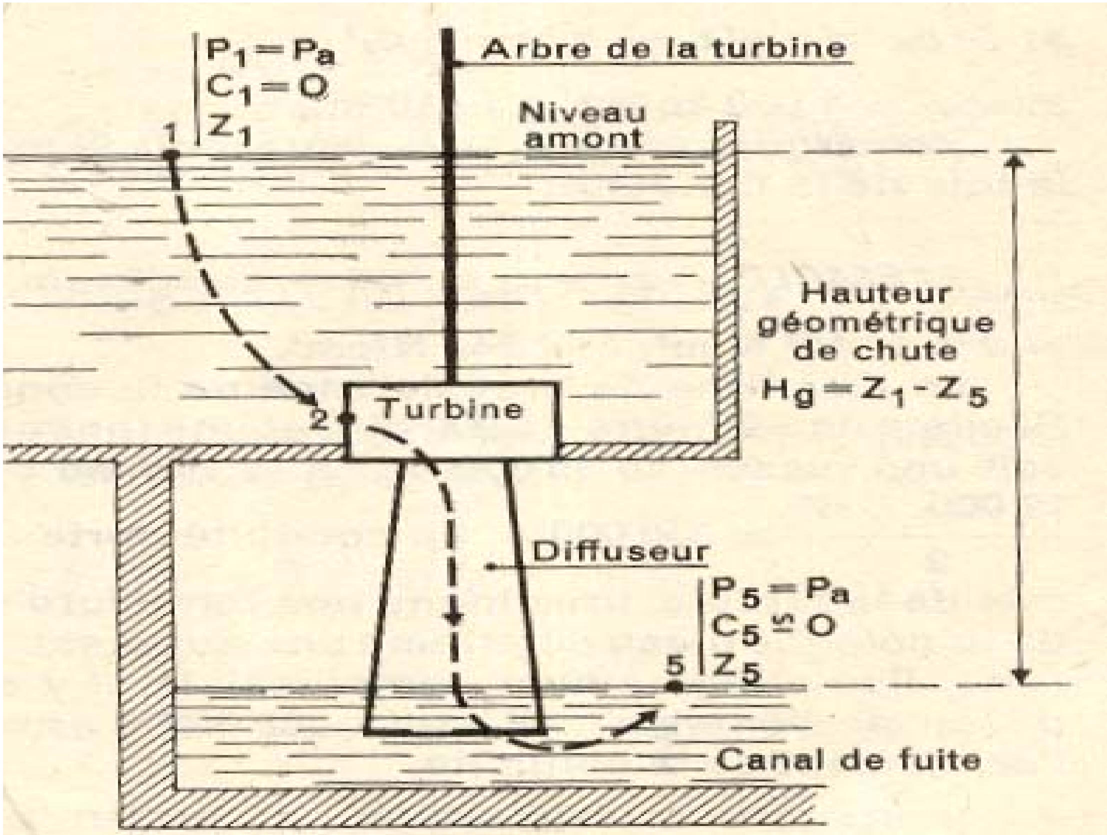
Réponses : $\mathbf{W_{12} = 336}$ **J/kg**, $\mathcal{P} \approx$ **4 kW**

2. Cas de la turbine représentée
On donne :
$H_g = 6{,}5$ m, $z_1 - z_2 = 4$ m, débit en volume 1,5 m³/s
Déterminer :
W_{15}, la puissance $\mathcal{P}$, la pression p_2 à l'entrée de la turbine (remarquer que $c_2 = 0$).

Réponses : $\mathbf{W_{15} = -65}$ **J/kg, 97,5 kW,** $\mathbf{p_2 = 14 \times 10^4}$ **N/m²**

3. Une pompe d'épuisement de mine refoule 80 dm³/s d'eau de l'altitude — 700 m (fond de la mine, point 1) au niveau du sol (altitude zéro, point 2).
On donne :
$c_1 = 0$, $c_2 = 6$ m/s.
Déterminer W_{12}, travail échangé entre système (1 kg d'eau) et milieu extérieur, et la puissance nécessaire.

Réponses : $\approx$ **7 000 J/kg**, $\approx$ **560 kW**



IV.TD.4 Calcul de pertes de charge :

IV.1. Objectifs visés :

- Savoir : - Déterminer le régime d'écoulement.

- Déterminer la perte de charge.

IV.2 Durée du TD : *10 Heures*

<u>Exercice IV .1 :</u>

Soit une tuyauterie reliant une citerne à fuel à un brûleur, son diamètre extérieur étant $D = 8$ mm, son épaisseur $e = 1$ mm, le fuel y circulant à la vitesse $w = 0{,}1$ m/s. Calculer la perte de charge répartie de cette tuyauterie par mètre de longueur sachant que la viscosité ν du fuel est égale à $6 \cdot 10^{-6}$ m²/s à la température de 15 °C et sa masse volumique ρ à 860 kg/m³.

Solution

On commence par déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent. Comme :

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{0{,}1 \times (0{,}008 - 2 \times 0{,}001)}{6 \cdot 10^{-6}} = 100,$$

donc inférieur à 2320, on a bien affaire à un écoulement de type laminaire.

D'où la perte de charge répartie linéaire :

$$\Delta p_r = 32 \cdot \frac{1}{d^2} \cdot \nu \cdot \rho \cdot w \text{ en Pa/m}$$
$$= 32 \times \frac{1}{(0{,}006)^2} \times 6 \cdot 10^{-6} \times 860 \times 0{,}1$$
$$= 460 \text{ Pa/m}$$
$$= 4{,}6 \text{ mbar/m.}$$

<u>Exercice IV .2 :</u>

Calculer le coefficient de perte de charge répartie λ d'une tuyauterie en acier du commerce sachant que son diamètre nominal est $DN = 100$ mm et qu'elle véhicule de l'eau chaude à la température de 80 °C et à la vitesse $w = 1$ m/s.

On commence par calculer les deux rapports $Re = w \cdot d/\nu$ et ε/d. On a :

$w = 1{,}0$ m/s,

$d = 0{,}1$ m/s

$\nu = 0{,}37 \cdot 10^{-6}$ m²/s (tableau 141-7)

soit

$$Re = \frac{1{,}0 \times 0{,}1}{0{,}37 \cdot 10^{-6}} = 2{,}7 \cdot 10^{5}.$$

Par ailleurs, en partant pour la rugosité absolue ε de 0,045 mm (tableau 148-2) soit $4{,}5 \cdot 10^{-5}$ m, on obtient :

$$\varepsilon / d = 4{,}5 \cdot 10^{-4}.$$

Partant de là, la figure 148-3 donne :

$$\lambda = 0{,}018.$$

Soit une conduite de vapeur intérieurement rouillée en diamètre DN 25 dans laquelle circule de la vapeur à la vitesse w = 15 m/s et à la pression effective de 0,1 bar.

$\gamma = 21.6 \cdot 10^{-6}$

Rep *: $R_e = 1.97\ 10^4$, $\lambda = 0.065$ (fig.I)*

Exercice IV .4

Soit une canalisation dans laquelle s'écoule du fuel dans les conditions suivantes :

- **diamètre de la canalisation $d = 50$ mm pour une longueur $l = 100$ m,**
- **vitesse de circulation du fuel $w = 0{,}6$ m/s,**
- **masse volumique du fuel : $\rho = 850$ kg/m³ pour une viscosité de 40 °E.**

Déterminer la perte de charge de cette tuyauterie.

Solution

Commençons par déterminer le nombre de Reynolds de l'écoulement à partir des éléments suivants :

$$w = 0{,}6 \text{ m/s},$$
$$d = 0{,}050 \text{ m},$$
$$\nu = 303 \text{ mm}^2/\text{s (tableau 136-26)}$$
$$= 303 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}.$$

ce qui donne :

$$\text{Re} = w \cdot d / \nu$$
$$= 99.$$

Il s'agit donc d'un écoulement laminaire puisque Re < 2320 et par conséquent :

$$\lambda = 64 / \text{Re}$$
$$= 64 / 99$$
$$= 0{,}65,$$

valeur que l'on peut également lire dans la partie extrême gauche de la figure 148-3.

D'où la perte de charge de la tuyauterie :

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2$$
$$= 0{,}65 \times \frac{100}{0{,}050} \times \frac{850}{2} \times 0{,}6^2$$
$$= 198\ 900\ Pa$$
$$\approx 2 \text{ bar}.$$

Exercice IV .5:

Soit une tuyauterie de diamètre nominal DN 300 (diamètre intérieur égal à 300 mm) dans laquelle circule un débit-masse de vapeur q_m de 40 000 kg/h. Sachant que la pression initiale de la vapeur est $p_1 = 12$ bar et sa température $t_1 = 300$ °C, calculer la perte de charge de cette tuyauterie sachant que sa longueur totale développée mesurée dans l'axe est $l = 500$ m (longueur totale développée = longueur des parties droites régulières, des tronçons irréguliers et des accessoires) et qu'elle comporte 10 coudes à 90° (pour lesquels $R = 3\ d$), 5 vannes d'arrêt, 6 lyres de

dilatation à soufflet et 2 séparateurs d'eau. On supposera que la rugosité absolue ε de la tuyauterie est égale à 0,1 mm.

V. TD.5

V.1 Objectifs visées :

- Le stagiaire doit être capable de :

- *Calculer les caractéristiques des machines hydrauliques.*
- *Choisir la machine à installer.*

V.2 Durée du TD : *10 Heures*

Exercice V1.2.3.4.5.6 :

- 1) Calculer en kW la puissance théorique absorbée par une pompe à eau débitant 5 000 litres heure sous une hauteur manometrique totale de 30 mètres ?

2) Admettant comme valeur des rendements $\eta_h = 0.8$, $\eta_v = 0.9$, et $\eta_m = 0.9$, déterminer la puissance utile à fournir à cette pompe en kW.
Prendre $g = 9.8$ m/s².

Réponses : 1) 408 W.
2) 630 W.

- Une pompe centrifuge débite 10 000 litres heure sous une hauteur manométrique totale de 12 mètres et absorbe une puissance de 0.870 kW. (Valeurs relevées sur un catalogue de constructeur).
Déterminer le rendement global de cette pompe dans les conditions de fonctionnement ci-dessus.
Prendre $g = 9.8$ m/s².

Réponse : 0,37.

- On a relevé sur les courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge des valeurs suivantes :

Vitesse de rotation n tr/min	Débit : q_v (m³/h)	Hauteur manométrique totale : h m	Puissance absorbée : P kW
1 450	0 2 4 6	6,05 5,85 5,15 3,85	0,068 0,0925 0,116 0,140

Calculer en appliquant les lois de la similitude mécanique ce que deviendraient théoriquement ces débits, hauteurs manométriques et puissances absorbées si l'on faisait tourner cette pompe à une vitesse de rotation $n = 2850$ tr/min.

- Le débit de fluide véhiculé par une pompe à fluide frigorigène est de $17\ 10^{-4}$ m³/s soit 6 m³/h dans le cas de fonctionnement à pleine charge. La perte de charge du circuit dans ces conditions est de $\Delta P = 21$ m colonne de liquide.

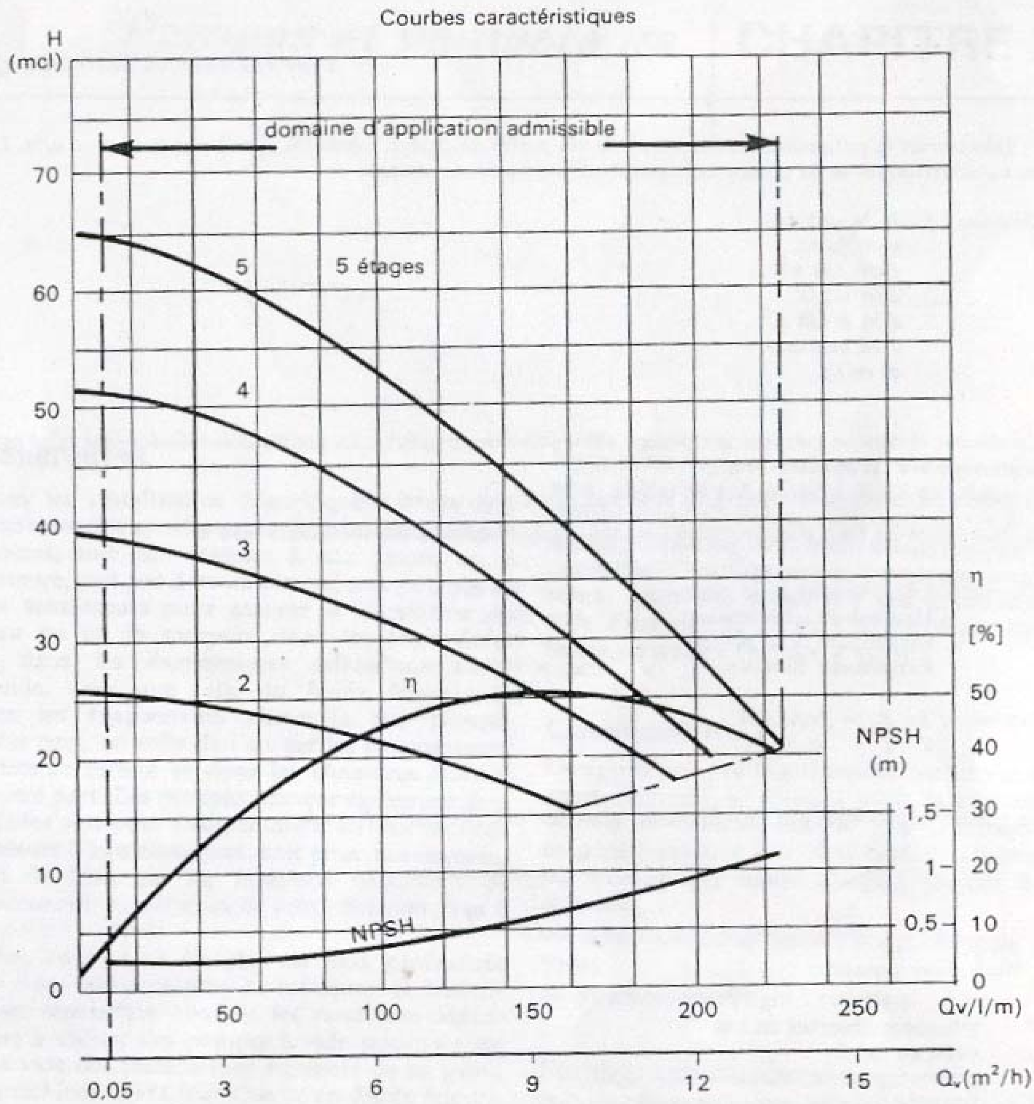
1) Sélectionner la pompe d'après le document ci-joint.

2) Déterminer le rendement et le NPSH de la pompe dans les conditions de fonctionnement définies ci-dessus.

3) Calculer la puissance théorique de la pompe.

4) Calculer la puissance réelle à fournir.
Données : $\rho = 1,36\ 10^3$ kg/m³ $g = 9,8$

Réponses : 1) Pompe à 2 étages.
2) NPSH = 0,4 m CF. $\eta = 44$ %
3) $P_{th} = 476$ W.
4) $P_r = 1\ 082$ W.



5 - Les caractéristiques $H_T = f(q_v)$ et $\eta = f(q_v)$ d'une pompe centrifuge, à vitesse constante N = 1 470 tours/min sont données par le tableau suivant :

q_v (l/s)	0	10	20	30	40	50	55	60	70	80
H_T (m)	460	495	507	502	490	465	446	430	390	345
η (%)	0	26	46	59	67,5	71	72	71,5	67,6	62

La hauteur d'élévation géométrique de l'installation est de 120 m ; le débit refoulé par la pompe est 50 l/s.

1) Déterminer le point de fonctionnement (H, q_v, η) et la puissance absorbée par la pompe.

- Les courbes caractéristiques d'un ventilateur centrifuge nous donnent pour une température d'air de 20 °C et une pression de 101 325 Pa (ρ = 1,2 kg/m^3) :

débit volume 60 000 m^3/h
pression totale 500 Pa
puissance à fournir 12 000 W.

Déterminer les nouvelles caractéristiques du ventilateur si la température d'air est égale à :

1) − 10 °C.
2) + 40 °C.

Réponses : a) − 10 °C.
q_v = 60 000 m^3/h.
p_t = 519 Pa.
P = 12 456 W.
b) + 40 °C.
q_v = 60 000 m^3/h.
p_t = 436 W.
P = 10 466 W.

EVALUATION DE FIN DE MODULE

Question 1 :

1- Qu'appelle-t-on écoulement permanent.

2- Définir un fluide isotrope.

3- La masse volumique d'un fluide compressible reste constante vrai ou faux.

4- Qu'appelle-t-on forces de volumes.

Question 2 :

Le tube manométrique en U à mercure est relié aux prises de pression 1 et 2 d'un venturi (voir fig) par des tubes remplis d'eau.

1- Montrer que P_1-P_2 = $(\rho'-\rho)\, g.h$

ρ' : masse volumique du mercure = 13.600 kg/m^3

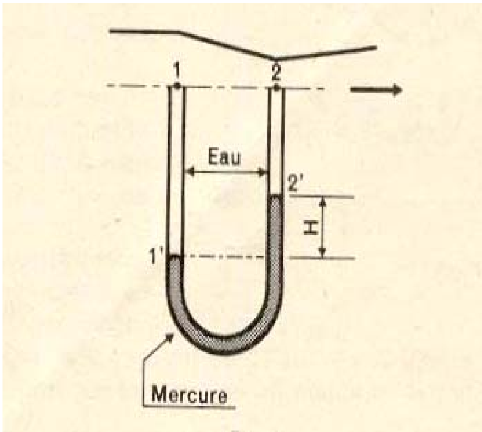
ρ : masse volumique de l'eau = 1000 kg/m^3

g : 9,8m/S^2 ; H = 80 mm

2- Calculer la vitesse C_1 sachant que

S_1 = 78,5 cm2 et $\frac{S_1}{S_2} = 1,5$

la pression effective maximale à laquelle est soumise sa paroi.



Question 3 :

Un glaçon de forme cylindrique (hauteur h = 3 cm, rayon R = 1cm Flotte à la surface de l'eau. On appelle « a » la hauteur à l'aire libre.

Connaissant les masses volumique de l'eau

$\rho_e = 10^3$ Kg/m^3 et de la glace ρ_s = 920 kg/m^3

1- Déterminer le rapport a/h.

2- Quelle force doit-on exercer verticalement avec l'extrémité d'une Paille pour maintenir ce glaçon à la lisière de la surface de l'eau (même niveau que l'eau).

Question 4 :

Une conduite forcée va d'un barrage-réservoir (altitude 845m) à la turbine (altitude 625m)

Le débit maximal est q_v = 0,4 m^3/s et la vitesse de l'eau dans la conduite doit être inférieure ou égale à 6m/s.

1- Déterminer le diamètre de la conduite.

2- Déterminer la pression effective maximale à laquelle est soumise sa paroi .

Question 5 :

Une pompe d'épuisement de mine refoule 70 dm^3/s d'eau de (l'altitude (-800 m) fond de la mine (point 1) au niveau d'un château à une altitude de 10 m (point 2)

On donne : $C_1 = 0$, $C_2 = 5m/s$

1- Déterminer W_{12} travail échangé par unité de masse.

2- Déterminer la puissance nécessaire.

Question 6 :

–La viscosité cinématique d'une huile de graissage est :

$v = 210^{-5}\ m^2/s$, masse volumique de cette huile : $\rho = 860\ kg/m^3$

Quelle est la valeur de la viscosité dynamique.

Question 7 :

Une conduite de diamètre 100 mm débit 50 dm^3/s d'eau à la T° ordinaire ($v = 10^{-6}\ m^2/s$)

1- Calculer la vitesse d'écoulement.

2- Déterminer le type d'écoulement.

Question 8 :

Les caractéristiques de l'écoulement du gas-oil dans le tube d'alimentation d'un injecteur de moteur diesel : D = 4 mm, C = 20m/s, $\mu = 3.10^{-3}$ PI, $\rho = 860\ kg/m^3$

1- Calculer le nombre de Reynolds : Re.

2- Déterminer le coefficient de perte de charge.

λ selon la formule de BLASIUS $\lambda = \dfrac{0,316}{R^{0,25}}$

3- Déterminer la chute de pression due au frottement visqueux dans une conduite de longueur 1.4 m ; avec

$$\Delta P_r = \rho\, \lambda\, \frac{l}{D}\, \frac{c^2}{2} \quad \text{en } N/m^2.$$

Question 9 :

Une pompe centrifuge débite 10 m^3/h sous une hauteur manométrique totale de 12 m et absorbe une puissance de 0,87 kw (valeur relevée sur un catalogue de constructeur).

1- Déterminer le rendement global de cette pompe ($g = 9,8m/s^2$).

La vitesse de rotation était n = 1450 tr/min si on faisait tourner cette pompe à une vitesse de rotation n_1 = 2850 tr/min, que deviendraient :

a) La hauteur manométrique totale.

b) Le débit volumique.

c) La puissance absorbée.

Liste des références bibliographiques

Ouvrage	*Auteur*	*Edition*
- Cours de mécanique R. BASQUIN	G.LEMASSON	DELAGRAVE
- Installation frigorifique	P.J RAPIN P-JACQUAR	PYC
- Catalogues deconstructeurs		
- Calcul des pertes de charge	A.BOUSSICAUD	Les éditions parisiennes
- Les machines transformatrices d'énergie tome 1	G. Le Masson	DELAGRAVE
- Manuel pratique du génie climatique	RECKNAGEL	PYC